

AD-A211054

AN EXTENSION OF COCHRAN'S TEST
FOR HOMOGENEITY OF VARIANCES

BY

H. SOLOMON and M. A. STEPHENS

TECHNICAL REPORT NO. 419

AUGUST 8, 1989

Prepared Under Contract
N00014-89-J-1627 (NR-042-267)
For the Office of Naval Research

Herbert Solomon, Project Director

Reproduction in Whole or in Part is Permitted
for any purpose of the United States Government

Approved for public release; distribution unlimited.

DEPARTMENT OF STATISTICS
STANFORD UNIVERSITY
STANFORD, CALIFORNIA

DTIC
ELECTED
AUG 08 1989
S B D

1. Introduction

Cochran's (1941) well-known test for equality of k normal population variances proceeds as follows. Let σ_i^2 , $i = 1, \dots, k$, be the population variances, and the null hypothesis is

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2, \text{ say.} \quad (1)$$

Suppose k sample variances, one from each population, are given, each based on n degrees of freedom; let the values be $s_1^2, s_2^2, \dots, s_k^2$. Let these be ranked, so that, labelled in ascending order, the values are $s_{(1)}^2 < s_{(2)}^2 \dots < s_{(k)}^2$. To test H_0 , Cochran suggested the statistic

$$Z = s_{(k)}^2 / Y \quad (2)$$

where $Y = \sum_{i=1}^k s_i^2$. Thus the statistic compares the largest sample variance with the sum of all variances, and is clearly appropriate to test H_0 against the alternative that one population variance is larger than the rest. Solomon and Stephens (1989) have recently given very complete tables of the distribution of Z and have described, in particular, the usefulness of the test in process control; for example, to see if the largest variance in a sample of one week's daily output is excessively large. Solomon and Stephens (1989) also give references to earlier literature and to other applications, particularly for $n = 2$, to testing for white noise in time series analysis.

The question has been raised what to do if it is suspected that more than one variance is particularly large compared to the others, perhaps, say, in examining 30 daily variances from one month's output. One might propose to apply Cochran's test successively: when one variance has been found too high, remove it and repeat the test on $k - 1$ variances; continue this procedure, rejecting the largest of the current set of variances, till no further significance is found for Z . However, for such a technique, it is virtually impossible to evaluate the overall significance level, that is, to find the probability of rejecting m variances, if this is what happens, when H_0 is true.

In this article extensive tables are given to test the hypothesis of k equal variances, each with n degrees of freedom, where rejection would indicate that the m -th largest sample variance is an outlier. This is based on the ratio of the m -th largest sample variance to ~~other~~



Dist	Special
A-1	

the sum Y . Thus the test statistic is

$$Z_m = \frac{s_{(k+1-m)}^2}{Y}; \quad (3)$$

Cochran's statistic Z , defined in (2) is identical to Z_1 . The rationale behind this test is as follows. When the s_i^2 are ranked, we can imagine them plotted against the expected values of k ordered chi-square variables, with degrees of freedom n . If H_0 is true, the plot should appear like a straight line. A commonly occurring alternative to the straight line plot, occurring in data analysis, is a plot in which the smallest s_i^2 values are close to a straight line, but, say, the top m values are all too large to be on the line. Suppose, then, the m -th largest s_i^2 , that is $s_{(k+1-m)}^2$, is *significantly* large. The other larger s_i^2 , namely $s_{(k+2-m)}^2$, $s_{(k+3-m)}^2$, etc., will probably be large also, even if not themselves significantly large, because they must be in order of increasing size. Such an event ($s_{(k+1-m)}^2$ significantly large) will suggest that m population variances are larger than all the others. When, as usually happens, the value of σ^2 in H_0 is not known, it is necessary to divide by Y in order to obtain a scale-free statistic, and this leads to the statistic Z_m . The statistic is not formally developed as, say, a likelihood-ratio statistic, but will be useful in analyzing real data on variances, such as arise in quality assurance; in the example quoted above, several variances during the course of a month may have appeared to be too large, and the test can be used to examine this possibility.

The test procedure is set out below, and the theory of the test, together with some comments, is given in Section 3.

2. Test Procedure

The steps in making the test are:

- (a) Rank the k given sample variances (which must be independent and each based on n degrees of freedom): $s_{(1)}^2 < s_{(2)}^2 < \dots < s_{(k)}^2$.
- (b) Calculate Z_m from (3), where $Y = s_{(1)}^2 + s_{(2)}^2 + \dots + s_{(k)}^2$.
- (c) Refer to Table 1 for the appropriate values of k , degrees of freedom n and m .
- (d) If Z_m is larger than the value given for significance level α , reject H_0 at level α .

Table 1 contains the percentage points of the null distribution of Z_m . These have been found as described in the next section.

EXAMPLE. Duncan (1986, p. 388) gives a data set of inside diameters, consisting of 20 samples of size 5; hence $k = 20$ and $n = 4$. The values of s_i^2 are 16.5, 12.3, 10.3, 15.2, 2.7, 11.3, 7.5, 19.8, 5.8, 5.8, 5.7, 11.3, 12.3, 3.5, 8.2, 12.5, 18.5, 6.5, 4.7, and 6.0; with a total of 196.4. This example was used in Solomon and Stephens (1989) to show the use of Cochran's statistic (Z_1 in our present notation), and, with $Z_1 = .1008$, it was shown that the largest variance was not unusually large. It might be thought that the fourth largest sample variance 15.2 is an anomalous value, so we test the hypothesis of equal σ^2 using Z_4 , which equals $15.2/196.4 = 0.0774$.

Reference to Table 1, with $k = 20$, $n = 4$ shows Z_4 to be not significant even at the 50% level, so that there is no reason to reject H_0 .

3. Theory of the Test and Calculation of Percentage Points

In Solomon and Stephens (1989) it was shown how the distribution of Z_1 could be calculated exactly for small k , and could be very well approximated, for larger values of k , by fitting Pearson curves. Again, for very small k , the exact distribution of Z_m could, in principle, be found, although with greater difficulty, but here we use only the Pearson Curve approximation. Z_m can be constructed as follows:

- (a) Let y_1, y_2, \dots, y_k be i.i.d. random variables, each with the distribution $\sigma^2 \chi_n^2$, where σ^2 is any positive value; let $y_{(1)} < y_{(2)} < \dots < y_{(k)}$ be the order statistics of the set y_i .
- (b) Let $Y = \Sigma_j y_j$.
- (c) Then $Z_m = y_{(k+1-m)}/Y$.

It is clear that the distribution of Z_m is independent of σ , the scale parameter of y_i ; also Y is a completely sufficient statistic for σ^2 . Thus, by the Basu/Hogg/Craig Theorem, Z_m and Y are independently distributed. We can henceforth assume that $\sigma = 1$. Then

$Z_m Y = y_{(k+1-m)}$, and we have

$$E(Z_m^r) = \frac{E(y_{(k+1-m)}^r)}{E(Y^r)}, \quad (4)$$

where $E(\cdot)$ denotes expectation. The denominator of (4) is easy to find, since Y is a χ^2 -variable with kn degrees of freedom: then

$$E(Y^r) = \frac{2^r \{(kn + 2r)/2\}}{\Gamma(kn/2)}. \quad (5)$$

For the distribution of $y_{(k+1-m)}$, let $G(t)$ be the distribution, and $g(t)$ the density, of χ_n^2 ; then $E(y_{(i)}^r)$, for any i ($1 \leq i \leq k$) is

$$E(y_{(i)}^r) = \frac{n!}{(n-i)!(i-1)!} \int_0^\infty t^r G^{i-1}(t) [1 - G(t)]^{n-i} g(t) dt. \quad (6)$$

The moments of $y_{(k+1-m)}$ can be calculated from (6), and hence, using (4) and (5), the moments of Z_m can be found. The first 4 moments have been used to fit Pearson curves to the distribution of Z_m , as described by Solomon and Stephens (1978), and hence to obtain percentage points of Z_m . These can be expected to be very accurate, especially in the long upper tail which will be used, in general, in the present application.

COMMENTS ON TABLE 1. (1) *The case n = 2.* For this case, the χ_2^2 distribution is essentially the exponential distribution, and the special properties of this distribution can be used to give an exact answer to the probability ($Z_m > z$). This was done by Fisher (1929) in connection with testing for white noise in time series, and by Stevens (1939), in connection with a problem in geometric probability. Fisher (1940) discussed the two problems, and gave a small table of upper 5% points of Z_m , for $m = 1$ and 2. (Z_1 and Z_2 are there called g_1 and g_2). A comparison of our points with Fisher's is given in the small table following: P.C. refers to the Pearson curve points, F to the exact points as given by Fisher.

		<i>k</i> : 5	10	20	30
<i>m</i> = 1	F	.6838*	.4449	.2704	.1978
<i>m</i> = 1	P.C.	.6838*	.4437	.2700	.1977
<i>m</i> = 2	F	.3670*	.2651	.1755	.1336
<i>m</i> = 2	P.C.	.3653	.2641	.1753	.1335

*These are exact results, see comment (2) below.

It is clear that the Pearson curve fits give excellent results; calculations show that the errors in α given by using the P.C. points at the 5% level will be less than 0.25%.

(2) For $m = 1$ an exact formula is available for $P(Z_m > z)$ when $z > 0.5$. This was used in Solomon and Stephens (1989) and is again used in the present Table 1, which repeats results for $m = 1$ for the sake of completeness.

(3) As a check, we calculated the moments of $y_{(k+1-m)}$ using several available algorithms for the incomplete Gamma distribution. Table 1 as given uses the most recent, by Shea (1988). Other algorithms gave essentially the same values in the upper tail, but slightly different values in the lower tail, especially for small k and n . The lower tail is, of course, much less likely to be used in applications, and, to make the Table of manageable size, we give only the upper tail points. A much more extensive table including the lower tail, is available from the second author.

This work was partially supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, and by the U. S. Office of Naval Research, and the authors express thanks to both of these agencies.

References

- Cochran, W. G. (1941). The distribution of the largest of a set of estimated variances as a fraction of their total, *Annals of Eugenics* 11, 47–52.
- Duncan, A. J. (1986). *Quality Control and Industrial Statistics*. Irwin: Homewood, Illinois.
- Fisher, R. A. (1929). Tests of significance in harmonic analysis. *Proceedings of the Royal Society, A* 125, 54–9.
- Fisher, R. A. (1940). On the similarity of the distributions found for the test of significance

- in harmonic analysis, and in Stevens's problem in geometric probability, *Annals of Eugenics* **10**, 14-17.
- Shea, B. L. (1988). Chi-squared and Incomplete Gamma Integral. Algorithm AS 239. *Applied Statistics* **37**, 466-473.
- Solomon, H. and Stephens, M. A. (1978). Approximations to density functions using Pearson curves, *Journal of the American Statistical Association* **73**, 153-160.
- Solomon, H. and Stephens, M. A. (1989). Percentage points for Cochran's test for equality of variances, *Journal of Quality Technology*, to appear.
- Stevens, W. L. (1939). Solution to a geometrical problem in probability, *Annals of Eugenics* **9**, 315-20.

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom $= n$ Table for $k = 5$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.532	0.778	0.841	0.887	0.928	9	1	0.309	0.394	0.424	0.451	0.484	30	1	0.2587	0.3021	0.3172	0.3312	0.3486
1	2	0.254	0.372	0.399	0.420	0.442	9	2	0.237	0.280	0.293	0.305	0.321	30	2	0.2222	0.2460	0.2538	0.2610	0.2699
1	3	0.118	0.219	0.243	0.260	0.276	9	3	0.191	0.224	0.233	0.241	0.250	30	3	0.1972	0.2158	0.2211	0.2258	0.2313
2	1	0.438	0.624	0.684	0.734	0.789	10	1	0.303	0.383	0.411	0.437	0.469	40	1	0.2506	0.2877	0.3005	0.3126	0.3273
2	2	0.257	0.342	0.365	0.386	0.409	10	2	0.236	0.276	0.289	0.301	0.316	40	2	0.2194	0.2402	0.2469	0.2532	0.2609
2	3	0.158	0.229	0.246	0.259	0.272	10	3	0.192	0.224	0.232	0.239	0.248	40	3	0.1979	0.2141	0.2187	0.2228	0.2277
3	1	0.393	0.546	0.598	0.644	0.696	11	1	0.299	0.374	0.401	0.425	0.456	50	1	0.2451	0.2780	0.2893	0.2998	0.3129
3	2	0.253	0.323	0.344	0.363	0.385	11	2	0.234	0.273	0.285	0.297	0.311	50	2	0.2175	0.2361	0.2422	0.2478	0.2547
3	3	0.172	0.230	0.244	0.255	0.267	11	3	0.192	0.223	0.231	0.238	0.246	50	3	0.1983	0.2128	0.2170	0.2207	0.2252
4	1	0.367	0.498	0.544	0.585	0.633	12	1	0.294	0.366	0.392	0.415	0.444	60	1	0.2411	0.2709	0.2811	0.2906	0.3024
4	2	0.249	0.311	0.330	0.347	0.367	12	2	0.233	0.270	0.282	0.293	0.307	60	2	0.2161	0.2331	0.2386	0.2437	0.2501
4	3	0.179	0.229	0.242	0.252	0.263	12	3	0.193	0.222	0.230	0.237	0.245	60	3	0.1986	0.2119	0.2157	0.2191	0.2232
5	1	0.348	0.465	0.506	0.544	0.587	14	1	0.287	0.353	0.376	0.398	0.424	70	1	0.2380	0.2654	0.2748	0.2835	0.2943
5	2	0.246	0.302	0.319	0.335	0.354	14	2	0.231	0.265	0.276	0.287	0.300	70	2	0.2150	0.2307	0.2358	0.2406	0.2465
5	3	0.183	0.228	0.239	0.249	0.259	14	3	0.194	0.221	0.229	0.235	0.242	70	3	0.1988	0.2111	0.2147	0.2179	0.2217
6	1	0.335	0.441	0.477	0.512	0.553	16	1	0.281	0.343	0.364	0.384	0.409	80	1	0.2355	0.2610	0.2697	0.2778	0.2878
6	2	0.243	0.294	0.311	0.325	0.343	16	2	0.229	0.262	0.272	0.282	0.294	80	2	0.2141	0.2288	0.2336	0.2380	0.2435
6	3	0.186	0.227	0.238	0.247	0.256	16	3	0.195	0.220	0.227	0.233	0.240	80	3	0.1990	0.2105	0.2138	0.2168	0.2204
7	1	0.325	0.422	0.456	0.487	0.526	18	1	0.276	0.334	0.354	0.373	0.396	90	1	0.2334	0.2573	0.2655	0.2731	0.2825
7	2	0.241	0.289	0.304	0.317	0.335	18	2	0.228	0.258	0.268	0.277	0.289	90	2	0.2133	0.2272	0.2317	0.2359	0.2411
7	3	0.188	0.226	0.236	0.244	0.254	18	3	0.195	0.219	0.226	0.232	0.238	90	3	0.1991	0.2099	0.2131	0.2159	0.2193
8	1	0.316	0.407	0.438	0.467	0.504	20	1	0.272	0.327	0.346	0.363	0.385	100	1	0.2317	0.2543	0.2620	0.2692	0.2780
8	2	0.239	0.284	0.298	0.311	0.327	20	2	0.227	0.256	0.265	0.274	0.285	100	2	0.2126	0.2258	0.2301	0.2341	0.2390
8	3	0.189	0.225	0.234	0.243	0.252	20	3	0.196	0.219	0.225	0.230	0.237	100	3	0.1992	0.2095	0.2125	0.2152	0.2184

TABLE I PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 6$

n	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.485	0.714	0.781	0.832	0.883	9 1	0.268	0.342	0.368	0.392	0.422	30 1	0.2208	0.2578	0.2708	0.2828	0.2979
1 2	0.248	0.352	0.379	0.401	0.425	9 2	0.210	0.247	0.260	0.271	0.285	30 2	0.1916	0.2124	0.2193	0.2256	0.2335
1 3	0.133	0.218	0.238	0.254	0.254	9 3	0.173	0.201	0.210	0.217	0.225	30 3	0.1725	0.1880	0.1928	0.1970	0.2022
2 1	0.390	0.559	0.616	0.666	0.722	10 1	0.263	0.332	0.356	0.379	0.408	40 1	0.2133	0.2448	0.2558	0.2660	0.2787
2 2	0.241	0.316	0.338	0.358	0.382	10 2	0.208	0.243	0.255	0.266	0.280	40 2	0.1884	0.2065	0.2124	0.2179	0.2247
2 3	0.159	0.219	0.234	0.246	0.259	10 3	0.174	0.200	0.208	0.215	0.223	40 3	0.1720	0.1855	0.1896	0.1934	0.1979
3 1	0.348	0.484	0.532	0.575	0.626	11 1	0.258	0.324	0.347	0.368	0.395	50 1	0.2082	0.2361	0.2457	0.2547	0.2659
3 2	0.233	0.295	0.315	0.332	0.354	11 2	0.206	0.240	0.251	0.262	0.275	50 2	0.1862	0.2024	0.2077	0.2126	0.2186
3 3	0.167	0.215	0.228	0.238	0.251	11 3	0.174	0.199	0.206	0.213	0.221	50 3	0.1716	0.1837	0.1874	0.1908	0.1949
4 1	0.322	0.439	0.479	0.518	0.563	12 1	0.254	0.316	0.338	0.359	0.385	60 1	0.2045	0.2297	0.2384	0.2465	0.2566
4 2	0.226	0.281	0.299	0.315	0.335	12 2	0.205	0.237	0.248	0.258	0.270	60 2	0.1846	0.1993	0.2041	0.2086	0.2141
4 3	0.170	0.212	0.223	0.233	0.244	12 3	0.174	0.198	0.205	0.211	0.219	60 3	0.1713	0.1824	0.1858	0.1889	0.1927
5 1	0.305	0.408	0.444	0.477	0.520	14 1	0.247	0.304	0.324	0.343	0.367	70 1	0.2016	0.2248	0.2327	0.2402	0.2494
5 2	0.221	0.271	0.287	0.302	0.320	14 2	0.202	0.232	0.242	0.252	0.263	70 2	0.1833	0.1969	0.2014	0.2055	0.2106
5 3	0.172	0.209	0.219	0.228	0.239	14 3	0.173	0.196	0.203	0.209	0.216	70 3	0.1710	0.1813	0.1845	0.1873	0.1909
6 1	0.292	0.385	0.418	0.448	0.485	16 1	0.242	0.295	0.313	0.331	0.352	80 1	0.1993	0.2208	0.2282	0.2351	0.2436
6 2	0.217	0.263	0.278	0.292	0.308	16 2	0.200	0.228	0.238	0.247	0.257	80 2	0.1823	0.1950	0.1992	0.2030	0.2078
6 3	0.172	0.206	0.216	0.225	0.234	16 3	0.173	0.195	0.201	0.206	0.213	80 3	0.1708	0.1804	0.1834	0.1861	0.1894
7 1	0.283	0.368	0.397	0.425	0.460	18 1	0.237	0.287	0.304	0.320	0.341	90 1	0.1974	0.2176	0.2245	0.2309	0.2389
7 2	0.214	0.257	0.271	0.283	0.299	18 2	0.198	0.225	0.234	0.242	0.252	90 2	0.1814	0.1934	0.2010	0.2055	0.2106
7 3	0.173	0.205	0.214	0.221	0.231	18 3	0.173	0.193	0.199	0.205	0.211	90 3	0.1706	0.1797	0.1825	0.1851	0.1882
8 1	0.275	0.354	0.381	0.407	0.439	20 1	0.234	0.280	0.296	0.312	0.331	100 1	0.1958	0.2148	0.2214	0.2274	0.2350
8 2	0.212	0.252	0.265	0.277	0.292	20 2	0.197	0.222	0.231	0.238	0.248	100 2	0.1807	0.1920	0.1958	0.1992	0.2035
8 3	0.173	0.203	0.211	0.219	0.228	20 3	0.173	0.192	0.198	0.203	0.209	100 3	0.1705	0.1791	0.1818	0.1842	0.1871

TABLE I. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom $\nu = n - k - 1$ Table for $k = 7$

$n - m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n - m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 - 1	0.444	0.660	0.727	0.781	0.838	9 - 1	0.237	0.302	0.326	0.347	0.374
1 - 2	0.240	0.334	0.360	0.383	0.409	9 - 2	0.188	0.222	0.233	0.244	0.257
1 - 3	0.140	0.214	0.232	0.247	0.262	9 - 3	0.159	0.183	0.190	0.197	0.205
2 - 1	0.353	0.507	0.561	0.609	0.664	10 - 1	0.232	0.293	0.315	0.335	0.361
2 - 2	0.225	0.294	0.316	0.335	0.359	10 - 2	0.186	0.218	0.229	0.239	0.251
2 - 3	0.157	0.208	0.222	0.233	0.247	10 - 3	0.158	0.181	0.188	0.195	0.203
3 - 1	0.313	0.436	0.479	0.520	0.568	11 - 1	0.228	0.286	0.306	0.325	0.350
3 - 2	0.215	0.272	0.290	0.307	0.328	11 - 2	0.184	0.215	0.225	0.235	0.246
3 - 3	0.160	0.202	0.213	0.224	0.236	11 - 3	0.158	0.180	0.187	0.193	0.200
4 - 1	0.289	0.393	0.430	0.464	0.508	12 - 1	0.224	0.279	0.298	0.317	0.340
4 - 2	0.207	0.257	0.274	0.289	0.307	12 - 2	0.183	0.212	0.222	0.231	0.242
4 - 3	0.160	0.197	0.207	0.216	0.227	12 - 3	0.157	0.179	0.185	0.191	0.198
5 - 1	0.272	0.364	0.396	0.427	0.465	14 - 1	0.218	0.268	0.285	0.302	0.323
5 - 2	0.201	0.247	0.261	0.275	0.292	14 - 2	0.180	0.207	0.216	0.225	0.235
5 - 3	0.160	0.193	0.202	0.211	0.221	14 - 3	0.157	0.176	0.182	0.188	0.195
6 - 1	0.260	0.343	0.372	0.399	0.433	16 - 1	0.212	0.259	0.275	0.291	0.310
6 - 2	0.197	0.238	0.252	0.265	0.280	16 - 2	0.178	0.203	0.211	0.219	0.229
6 - 3	0.160	0.190	0.198	0.206	0.216	16 - 3	0.156	0.174	0.180	0.185	0.192
7 - 1	0.251	0.326	0.353	0.378	0.410	18 - 1	0.208	0.252	0.267	0.281	0.299
7 - 2	0.194	0.232	0.245	0.256	0.271	18 - 2	0.176	0.200	0.208	0.215	0.224
7 - 3	0.160	0.187	0.195	0.203	0.212	18 - 3	0.155	0.173	0.178	0.183	0.189
8 - 1	0.243	0.313	0.338	0.361	0.390	20 - 1	0.205	0.246	0.260	0.273	0.290
8 - 2	0.191	0.227	0.238	0.249	0.263	20 - 2	0.174	0.197	0.204	0.211	0.220
8 - 3	0.159	0.185	0.193	0.200	0.208	20 - 3	0.155	0.172	0.177	0.182	0.187

TABLE I PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n Table for $k = 8$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.411	0.614	0.680	0.735	0.794	9	1	0.213	0.272	0.292	0.312	0.337
1	2	0.231	0.318	0.344	0.366	0.393	9	2	0.171	0.202	0.212	0.222	0.234
1	3	0.143	0.209	0.226	0.239	0.254	9	3	0.146	0.168	0.175	0.181	0.189
1	4	0.087	0.144	0.159	0.170	0.182	9	4	0.127	0.145	0.150	0.155	0.161
1	5	0.050	0.098	0.112	0.123	0.135	9	5	0.110	0.127	0.132	0.136	0.140
2	1	0.324	0.465	0.516	0.561	0.615	10	1	0.209	0.263	0.283	0.301	0.324
2	2	0.212	0.276	0.296	0.315	0.338	10	2	0.169	0.198	0.208	0.217	0.228
2	3	0.152	0.198	0.211	0.222	0.235	10	3	0.145	0.166	0.173	0.178	0.186
2	4	0.111	0.151	0.161	0.170	0.179	10	4	0.127	0.145	0.150	0.154	0.159
2	5	0.079	0.116	0.125	0.133	0.141	10	5	0.111	0.128	0.132	0.136	0.140
3	1	0.285	0.397	0.437	0.473	0.521	11	1	0.204	0.256	0.274	0.292	0.313
3	2	0.200	0.252	0.270	0.286	0.306	11	2	0.167	0.195	0.204	0.213	0.224
3	3	0.152	0.190	0.201	0.211	0.222	11	3	0.145	0.164	0.171	0.176	0.183
3	4	0.118	0.151	0.159	0.167	0.175	11	4	0.127	0.144	0.149	0.153	0.158
3	5	0.091	0.121	0.129	0.136	0.142	11	5	0.112	0.128	0.132	0.136	0.140
4	1	0.262	0.357	0.390	0.422	0.461	12	1	0.201	0.250	0.267	0.284	0.304
4	2	0.191	0.237	0.253	0.267	0.284	12	2	0.165	0.192	0.201	0.219	0.229
4	3	0.151	0.184	0.193	0.202	0.213	12	3	0.144	0.163	0.169	0.174	0.181
4	4	0.122	0.150	0.157	0.164	0.171	12	4	0.127	0.143	0.148	0.152	0.157
4	5	0.097	0.124	0.131	0.136	0.142	12	5	0.113	0.128	0.132	0.135	0.139
5	1	0.246	0.329	0.359	0.387	0.421	14	1	0.195	0.239	0.255	0.270	0.289
5	2	0.185	0.226	0.240	0.253	0.269	14	2	0.163	0.187	0.195	0.203	0.212
5	3	0.150	0.179	0.188	0.196	0.206	14	3	0.143	0.160	0.166	0.171	0.178
5	4	0.124	0.149	0.155	0.161	0.168	14	4	0.127	0.142	0.147	0.151	0.155
5	5	0.102	0.125	0.131	0.137	0.142	14	5	0.114	0.128	0.132	0.135	0.139
6	1	0.235	0.309	0.336	0.361	0.392	16	1	0.190	0.231	0.246	0.260	0.277
6	2	0.180	0.218	0.231	0.243	0.257	16	2	0.160	0.183	0.191	0.198	0.207
6	3	0.149	0.175	0.184	0.191	0.200	16	3	0.142	0.159	0.164	0.169	0.174
6	4	0.125	0.148	0.154	0.160	0.166	16	4	0.127	0.141	0.146	0.149	0.154
6	5	0.104	0.126	0.132	0.137	0.142	16	5	0.115	0.128	0.132	0.135	0.138
7	1	0.226	0.294	0.318	0.341	0.369	18	1	0.186	0.225	0.238	0.251	0.267
7	2	0.177	0.212	0.223	0.234	0.248	18	2	0.158	0.180	0.187	0.194	0.202
7	3	0.148	0.173	0.180	0.187	0.196	18	3	0.141	0.157	0.162	0.166	0.172
7	4	0.126	0.147	0.153	0.158	0.164	18	4	0.128	0.141	0.145	0.148	0.152
7	5	0.107	0.127	0.132	0.136	0.141	18	5	0.115	0.128	0.131	0.134	0.138
8	1	0.219	0.282	0.304	0.325	0.351	20	1	0.183	0.219	0.232	0.244	0.259
8	2	0.174	0.206	0.217	0.228	0.240	20	2	0.157	0.177	0.184	0.190	0.198
8	3	0.147	0.170	0.177	0.184	0.192	20	3	0.141	0.155	0.160	0.164	0.170
8	4	0.126	0.146	0.151	0.156	0.162	20	4	0.128	0.140	0.144	0.147	0.151
8	5	0.108	0.127	0.132	0.136	0.141	20	5	0.116	0.128	0.131	0.134	0.137

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR Z_m^k = number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 9$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.383	0.574	0.638	0.694	0.754	9 1	0.194	0.247	0.266	0.284	0.306	30 1	0.1547	0.1803	0.1893	0.1977	0.2084
1 2	0.223	0.304	0.329	0.351	0.378	9 2	0.157	0.185	0.195	0.204	0.215	30 2	0.1367	0.1517	0.1567	0.1613	0.1671
1 3	0.143	0.203	0.219	0.232	0.247	9 3	0.135	0.155	0.162	0.167	0.175	30 3	0.1256	0.1367	0.1402	0.1434	0.1474
1 4	0.093	0.144	0.157	0.168	0.179	9 4	0.119	0.135	0.140	0.145	0.150	30 4	0.1169	0.1260	0.1288	0.1313	0.1344
1 5	0.058	0.103	0.115	0.125	0.135	9 5	0.105	0.120	0.124	0.128	0.132	30 5	0.1092	0.1175	0.1199	0.1220	0.1245
2 1	0.299	0.430	0.475	0.521	0.573	10 1	0.189	0.239	0.257	0.273	0.294	40 1	0.1486	0.1702	0.1778	0.1849	0.1938
2 2	0.200	0.261	0.274	0.297	0.319	10 2	0.155	0.182	0.191	0.199	0.209	40 2	0.1333	0.1462	0.1505	0.1544	0.1594
2 3	0.147	0.191	0.212	0.225	0.244	10 3	0.134	0.153	0.159	0.165	0.172	40 3	0.1239	0.1334	0.1365	0.1393	0.1427
2 4	0.111	0.141	0.156	0.164	0.173	10 4	0.119	0.134	0.139	0.143	0.148	40 4	0.1163	0.1243	0.1267	0.1289	0.1316
2 5	0.083	0.111	0.124	0.131	0.138	10 5	0.105	0.120	0.124	0.127	0.131	40 5	0.1097	0.1169	0.1190	0.1208	0.1230
3 1	0.262	0.365	0.402	0.436	0.479	11 1	0.186	0.232	0.249	0.265	0.285	50 1	0.1445	0.1635	0.1701	0.1763	0.1841
3 2	0.187	0.236	0.252	0.267	0.286	11 2	0.153	0.178	0.187	0.195	0.205	50 2	0.1310	0.1425	0.1463	0.1498	0.1541
3 3	0.145	0.179	0.190	0.199	0.210	11 3	0.133	0.152	0.157	0.163	0.169	50 3	0.1226	0.1311	0.1339	0.1364	0.1395
3 4	0.116	0.144	0.152	0.159	0.167	11 4	0.119	0.134	0.138	0.142	0.147	50 4	0.1159	0.1230	0.1252	0.1272	0.1296
3 5	0.092	0.118	0.125	0.131	0.138	11 5	0.106	0.120	0.123	0.127	0.131	50 5	0.1099	0.1165	0.1183	0.1200	0.1219
4 1	0.240	0.327	0.358	0.387	0.424	12 1	0.182	0.226	0.242	0.257	0.276	60 1	0.1414	0.1586	0.1645	0.1701	0.1771
4 2	0.178	0.221	0.235	0.248	0.265	12 2	0.151	0.175	0.184	0.191	0.201	60 2	0.1293	0.1397	0.1431	0.1463	0.1503
4 3	0.143	0.173	0.182	0.190	0.200	12 3	0.133	0.150	0.156	0.161	0.167	60 3	0.1217	0.1295	0.1320	0.1342	0.1370
4 4	0.117	0.142	0.149	0.155	0.163	12 4	0.118	0.133	0.137	0.141	0.146	60 4	0.1156	0.1221	0.1241	0.1259	0.1281
4 5	0.097	0.119	0.126	0.131	0.136	12 5	0.106	0.119	0.123	0.126	0.130	60 5	0.1101	0.1161	0.1178	0.1193	0.1211
5 1	0.225	0.301	0.328	0.354	0.386	14 1	0.177	0.217	0.231	0.245	0.262	70 1	0.1391	0.1548	0.1602	0.1653	0.1717
5 2	0.172	0.210	0.223	0.234	0.249	14 2	0.148	0.171	0.178	0.185	0.194	70 2	0.1280	0.1375	0.1407	0.1436	0.1473
5 3	0.141	0.168	0.176	0.183	0.193	14 3	0.131	0.147	0.153	0.157	0.163	70 3	0.1209	0.1281	0.1305	0.1326	0.1352
5 4	0.118	0.140	0.147	0.152	0.159	14 4	0.118	0.132	0.136	0.139	0.143	70 4	0.1153	0.1213	0.1232	0.1249	0.1269
5 5	0.100	0.120	0.125	0.130	0.135	14 5	0.107	0.119	0.123	0.126	0.129	70 5	0.1103	0.1158	0.1174	0.1188	0.1204
6 1	0.215	0.282	0.306	0.329	0.358	16 1	0.172	0.209	0.222	0.235	0.251	80 1	0.1372	0.1518	0.1568	0.1615	0.1674
6 2	0.167	0.201	0.213	0.224	0.238	16 2	0.146	0.167	0.174	0.180	0.188	80 2	0.1269	0.1358	0.1388	0.1415	0.1449
6 3	0.139	0.164	0.171	0.178	0.187	16 3	0.130	0.145	0.150	0.155	0.160	80 3	0.1203	0.1271	0.1292	0.1312	0.1336
6 4	0.119	0.139	0.145	0.150	0.156	16 4	0.118	0.131	0.134	0.138	0.142	80 4	0.1151	0.1207	0.1225	0.1240	0.1259
6 5	0.101	0.120	0.125	0.129	0.134	16 5	0.108	0.119	0.122	0.125	0.128	80 5	0.1104	0.1155	0.1170	0.1183	0.1199
7 1	0.206	0.268	0.290	0.311	0.337	18 1	0.168	0.203	0.215	0.227	0.241	90 1	0.1357	0.1493	0.1540	0.1584	0.1639
7 2	0.163	0.195	0.206	0.216	0.229	18 2	0.144	0.164	0.170	0.176	0.184	90 2	0.1260	0.1344	0.1372	0.1397	0.1429
7 3	0.138	0.160	0.167	0.174	0.182	18 3	0.129	0.143	0.148	0.152	0.157	90 3	0.1198	0.1262	0.1282	0.1301	0.1324
7 4	0.119	0.137	0.143	0.148	0.154	18 4	0.118	0.130	0.133	0.136	0.140	90 4	0.1149	0.1202	0.1219	0.1233	0.1251
7 5	0.103	0.120	0.125	0.129	0.133	18 5	0.108	0.119	0.122	0.124	0.127	90 5	0.1105	0.1153	0.1167	0.1180	0.1194
8 1	0.200	0.256	0.276	0.296	0.320	20 1	0.165	0.198	0.209	0.220	0.234	100 1	0.1344	0.1472	0.1517	0.1558	0.1609
8 2	0.160	0.190	0.200	0.209	0.221	20 2	0.142	0.161	0.167	0.173	0.180	100 2	0.1252	0.1332	0.1358	0.1382	0.1412
8 3	0.136	0.158	0.164	0.170	0.178	20 3	0.128	0.142	0.146	0.150	0.155	100 3	0.1194	0.1254	0.1274	0.1291	0.1313
8 4	0.119	0.136	0.141	0.146	0.151	20 4	0.118	0.129	0.132	0.135	0.139	100 4	0.1147	0.1213	0.1227	0.1244	0.1251
8 5	0.104	0.120	0.124	0.128	0.132	20 5	0.108	0.118	0.121	0.124	0.127	100 5	0.1105	0.1152	0.1165	0.1177	0.1191

TABLE I PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n Table for $k = 10$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	
1 1	0.360	0.540	0.602	0.656	0.717	9.1	0.178	0.226	0.244	0.260	0.281	30.1	0.1410	0.1641	0.1722	0.1799	0.1896
1 2	0.215	0.291	0.315	0.337	0.363	9.2	0.145	0.171	0.180	0.188	0.199	30.2	0.1251	0.1387	0.1433	0.1475	0.1528
1 3	0.142	0.197	0.213	0.226	0.240	9.3	0.126	0.145	0.150	0.156	0.163	30.3	0.1154	0.1255	0.1287	0.1317	0.1354
1 4	0.096	0.143	0.155	0.165	0.176	9.4	0.112	0.127	0.131	0.135	0.140	30.4	0.1078	0.1161	0.1187	0.1210	0.1239
1 5	0.064	0.105	0.116	0.125	0.135	9.5	0.100	0.113	0.117	0.120	0.124	30.5	0.1013	0.1087	0.1109	0.1128	0.1151
2 1	0.279	0.401	0.444	0.484	0.536	10.1	0.174	0.219	0.235	0.250	0.270	40.1	0.1352	0.1547	0.1616	0.1680	0.1761
2 2	0.189	0.246	0.264	0.281	0.302	10.2	0.143	0.168	0.176	0.184	0.193	40.2	0.1217	0.1334	0.1374	0.1410	0.1455
2 3	0.142	0.181	0.192	0.203	0.215	10.3	0.125	0.142	0.148	0.153	0.160	40.3	0.1134	0.1222	0.1250	0.1275	0.1307
2 4	0.110	0.142	0.150	0.158	0.167	10.4	0.111	0.126	0.130	0.134	0.139	40.4	0.1070	0.1142	0.1164	0.1184	0.1209
2 5	0.085	0.114	0.121	0.128	0.135	10.5	0.100	0.113	0.116	0.119	0.123	40.5	0.1013	0.1078	0.1097	0.1113	0.1134
3 1	0.243	0.338	0.373	0.405	0.445	11.1	0.170	0.213	0.228	0.242	0.261	50.1	0.1313	0.1485	0.1544	0.1601	0.1671
3 2	0.175	0.222	0.237	0.251	0.269	11.2	0.141	0.164	0.172	0.180	0.189	50.2	0.1194	0.1298	0.1333	0.1365	0.1405
3 3	0.138	0.170	0.180	0.189	0.200	11.3	0.124	0.141	0.146	0.151	0.157	50.3	0.1121	0.1199	0.1224	0.1247	0.1275
3 4	0.112	0.138	0.146	0.152	0.160	11.4	0.111	0.125	0.129	0.133	0.137	50.4	0.1063	0.1128	0.1148	0.1166	0.1188
3 5	0.091	0.115	0.121	0.127	0.133	11.5	0.100	0.112	0.116	0.119	0.123	50.5	0.1013	0.1071	0.1088	0.1103	0.1121
4 1	0.222	0.302	0.331	0.358	0.392	12.1	0.167	0.207	0.222	0.235	0.252	60.1	0.1284	0.1439	0.1493	0.1543	0.1606
4 2	0.166	0.206	0.220	0.232	0.248	12.2	0.139	0.162	0.169	0.176	0.185	60.2	0.1178	0.1272	0.1303	0.1332	0.1368
4 3	0.135	0.163	0.171	0.179	0.189	12.3	0.123	0.139	0.144	0.149	0.155	60.3	0.1111	0.1182	0.1205	0.1226	0.1252
4 4	0.113	0.135	0.142	0.148	0.155	12.4	0.111	0.124	0.128	0.131	0.136	60.4	0.1059	0.1118	0.1136	0.1152	0.1173
4 5	0.095	0.115	0.121	0.125	0.131	12.5	0.100	0.112	0.115	0.118	0.122	60.5	0.1013	0.1066	0.1081	0.1095	0.1112
5 1	0.208	0.277	0.302	0.326	0.356	14.1	0.161	0.198	0.211	0.224	0.239	70.1	0.1262	0.1404	0.1453	0.1499	0.1557
5 2	0.160	0.195	0.207	0.219	0.233	14.2	0.137	0.157	0.164	0.170	0.178	70.2	0.1164	0.1251	0.1280	0.1307	0.1340
5 3	0.133	0.157	0.165	0.172	0.181	14.3	0.122	0.136	0.141	0.146	0.151	70.3	0.1103	0.1169	0.1190	0.1209	0.1233
5 4	0.113	0.133	0.139	0.144	0.150	14.4	0.110	0.122	0.126	0.129	0.133	70.4	0.1055	0.1109	0.1126	0.1142	0.1161
5 5	0.097	0.115	0.120	0.124	0.129	14.5	0.101	0.112	0.115	0.117	0.121	70.5	0.1012	0.1061	0.1076	0.1089	0.1104
6 1	0.198	0.260	0.282	0.303	0.330	16.1	0.157	0.191	0.203	0.214	0.229	80.1	0.1245	0.1376	0.1421	0.1464	0.1517
6 2	0.155	0.187	0.198	0.208	0.221	16.2	0.134	0.153	0.160	0.166	0.173	80.2	0.1154	0.1235	0.1262	0.1287	0.1317
6 3	0.131	0.153	0.160	0.167	0.175	16.3	0.120	0.134	0.139	0.143	0.148	80.3	0.1097	0.1158	0.1178	0.1196	0.1218
6 4	0.113	0.131	0.136	0.141	0.147	16.4	0.110	0.121	0.125	0.128	0.132	80.4	0.1052	0.1103	0.1119	0.1133	0.1151
6 5	0.098	0.114	0.119	0.123	0.127	16.5	0.101	0.111	0.114	0.117	0.119	80.5	0.1012	0.1058	0.1071	0.1084	0.1098
7 1	0.190	0.246	0.266	0.285	0.310	18.1	0.154	0.185	0.196	0.207	0.220	90.1	0.1230	0.1353	0.1396	0.1435	0.1485
7 2	0.151	0.181	0.191	0.200	0.212	18.2	0.132	0.150	0.162	0.169	0.173	90.2	0.1145	0.1221	0.1246	0.1270	0.1298
7 3	0.129	0.150	0.156	0.163	0.170	18.3	0.119	0.132	0.137	0.141	0.145	90.3	0.1092	0.1149	0.1168	0.1185	0.1206
7 4	0.112	0.129	0.134	0.141	0.145	18.4	0.109	0.120	0.123	0.126	0.130	90.4	0.1049	0.1097	0.1112	0.1126	0.1142
7 5	0.099	0.114	0.118	0.122	0.126	18.5	0.101	0.110	0.113	0.116	0.119	90.5	0.1012	0.1055	0.1068	0.1079	0.1093
8 1	0.183	0.235	0.254	0.271	0.294	20.1	0.151	0.180	0.191	0.201	0.213	100.1	0.1218	0.1334	0.1374	0.1411	0.1458
8 2	0.148	0.176	0.185	0.194	0.205	20.2	0.131	0.148	0.153	0.162	0.165	100.2	0.1138	0.1210	0.1233	0.1255	0.1283
8 3	0.127	0.147	0.153	0.159	0.166	20.3	0.118	0.131	0.135	0.138	0.143	100.3	0.1087	0.1142	0.1159	0.1175	0.1195
8 4	0.112	0.128	0.133	0.137	0.142	20.4	0.109	0.119	0.122	0.125	0.129	100.4	0.1047	0.1093	0.1120	0.1142	0.1153
8 5	0.099	0.113	0.118	0.121	0.125	20.5	0.101	0.110	0.113	0.115	0.118	100.5	0.1011	0.1053	0.1065	0.1075	0.1088

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 11$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.340	0.510	0.567	0.619	0.680	9 1	0.165	0.209	0.225	0.240	0.260	30 1	0.1295	0.1507	0.1581	0.1652	0.1740
1 2	0.207	0.280	0.303	0.324	0.350	9 2	0.135	0.160	0.168	0.175	0.185	30 2	0.1153	0.1279	0.1321	0.1360	0.1409
1 3	0.141	0.192	0.207	0.219	0.234	9 3	0.118	0.135	0.141	0.146	0.152	30 3	0.1067	0.1160	0.1190	0.1218	0.1252
1 4	0.099	0.141	0.153	0.162	0.172	9 4	0.105	0.119	0.123	0.127	0.132	30 4	0.1001	0.1077	0.1101	0.1123	0.1149
1 5	0.068	0.106	0.116	0.124	0.133	9 5	0.095	0.107	0.110	0.114	0.117	30 5	0.0944	0.1012	0.1032	0.1050	0.1071
2 1	0.261	0.375	0.416	0.454	0.501	10 1	0.161	0.202	0.217	0.231	0.249	40 1	0.1241	0.1419	0.1481	0.1540	0.1614
2 2	0.180	0.233	0.251	0.267	0.288	10 2	0.133	0.156	0.164	0.171	0.180	40 2	0.1121	0.1228	0.1264	0.1297	0.1339
2 3	0.137	0.173	0.184	0.194	0.207	10 3	0.117	0.133	0.138	0.143	0.149	40 3	0.1047	0.1127	0.1153	0.1177	0.1207
2 4	0.108	0.137	0.146	0.153	0.161	10 4	0.105	0.118	0.122	0.126	0.130	40 4	0.0990	0.1056	0.1077	0.1096	0.1119
2 5	0.085	0.112	0.119	0.124	0.131	10 5	0.095	0.106	0.110	0.113	0.116	40 5	0.0941	0.1000	0.1017	0.1033	0.1052
3 1	0.227	0.316	0.348	0.378	0.416	11 1	0.157	0.196	0.210	0.224	0.240	50 1	0.1204	0.1360	0.1415	0.1466	0.1531
3 2	0.166	0.209	0.224	0.237	0.254	11 2	0.131	0.153	0.160	0.167	0.176	50 2	0.1098	0.1193	0.1225	0.1255	0.1291
3 3	0.132	0.162	0.171	0.180	0.190	11 3	0.116	0.131	0.136	0.141	0.147	50 3	0.1033	0.1105	0.1128	0.1149	0.1175
3 4	0.109	0.133	0.140	0.146	0.153	11 4	0.104	0.117	0.121	0.124	0.129	50 4	0.0983	0.1042	0.1060	0.1077	0.1098
3 5	0.090	0.111	0.117	0.122	0.128	11 5	0.095	0.106	0.109	0.112	0.115	50 5	0.0939	0.0991	0.1007	0.1021	0.1038
4 1	0.207	0.281	0.308	0.333	0.365	12 1	0.154	0.191	0.204	0.217	0.233	60 1	0.1177	0.1318	0.1367	0.1413	0.1471
4 2	0.156	0.194	0.206	0.218	0.233	12 2	0.129	0.150	0.157	0.164	0.172	60 2	0.1082	0.1168	0.1197	0.1223	0.1256
4 3	0.128	0.154	0.162	0.170	0.179	12 3	0.115	0.130	0.135	0.139	0.145	60 3	0.1023	0.1088	0.1109	0.1128	0.1152
4 4	0.108	0.129	0.135	0.141	0.147	12 4	0.104	0.116	0.120	0.123	0.127	60 4	0.0977	0.1031	0.1048	0.1063	0.1082
4 5	0.092	0.111	0.116	0.120	0.125	12 5	0.095	0.105	0.109	0.111	0.115	60 5	0.0937	0.0985	0.0999	0.1012	0.1028
5 1	0.193	0.257	0.281	0.303	0.331	14 1	0.149	0.183	0.195	0.206	0.220	70 1	0.1156	0.1285	0.1330	0.1372	0.1424
5 2	0.150	0.183	0.194	0.205	0.218	14 2	0.127	0.146	0.152	0.158	0.165	70 2	0.1069	0.1148	0.1175	0.1199	0.1230
5 3	0.126	0.149	0.156	0.163	0.171	14 3	0.113	0.127	0.132	0.136	0.141	70 3	0.1015	0.1075	0.1094	0.1112	0.1134
5 4	0.108	0.126	0.132	0.137	0.143	14 4	0.103	0.114	0.118	0.121	0.125	70 4	0.0972	0.1022	0.1038	0.1052	0.1070
5 5	0.093	0.110	0.114	0.118	0.123	14 5	0.095	0.105	0.108	0.110	0.113	70 5	0.0936	0.0980	0.0993	0.1005	0.1020
6 1	0.183	0.241	0.261	0.281	0.306	16 1	0.145	0.176	0.187	0.197	0.211	80 1	0.1140	0.1259	0.1300	0.1339	0.1388
6 2	0.145	0.175	0.185	0.195	0.207	16 2	0.124	0.142	0.148	0.154	0.160	80 2	0.1058	0.1133	0.1157	0.1180	0.1208
6 3	0.123	0.144	0.151	0.157	0.165	16 3	0.112	0.125	0.129	0.133	0.138	80 3	0.1008	0.1064	0.1083	0.1099	0.1120
6 4	0.107	0.124	0.129	0.134	0.139	16 4	0.103	0.113	0.116	0.119	0.123	80 4	0.0969	0.1015	0.1030	0.1043	0.1060
6 5	0.094	0.109	0.113	0.117	0.121	16 5	0.095	0.104	0.107	0.109	0.112	80 5	0.0935	0.0976	0.0988	0.1000	0.1013
7 1	0.176	0.228	0.247	0.264	0.287	18 1	0.142	0.170	0.181	0.190	0.203	90 1	0.1126	0.1238	0.1300	0.1339	0.1388
7 2	0.14	0.169	0.178	0.187	0.198	18 2	0.122	0.139	0.145	0.150	0.156	90 2	0.1050	0.1119	0.1143	0.1164	0.1190
7 3	0.11	0.141	0.147	0.153	0.160	18 3	0.111	0.123	0.127	0.131	0.135	90 3	0.1003	0.1056	0.1073	0.1088	0.1108
7 4	0.107	0.122	0.127	0.131	0.137	18 4	0.102	0.112	0.115	0.118	0.121	90 4	0.0966	0.1010	0.1023	0.1036	0.1051
7 5	0.094	0.108	0.112	0.116	0.120	18 5	0.095	0.104	0.106	0.108	0.111	90 5	0.0933	0.0972	0.0984	0.0995	0.1007
8 1	0.170	0.217	0.235	0.251	0.272	20 1	0.139	0.166	0.175	0.184	0.196	100 1	0.1114	0.1220	0.1256	0.1290	0.1332
8 2	0.138	0.164	0.173	0.181	0.191	20 2	0.121	0.137	0.142	0.147	0.153	100 2	0.1043	0.1130	0.1150	0.1175	0.1207
8 3	0.119	0.138	0.144	0.149	0.156	20 3	0.110	0.121	0.125	0.129	0.133	100 3	0.0998	0.1048	0.1064	0.1079	0.1097
8 4	0.106	0.121	0.125	0.129	0.134	20 4	0.102	0.111	0.114	0.117	0.120	100 4	0.0963	0.1005	0.1030	0.1044	0.1063
8 5	0.095	0.108	0.111	0.115	0.118	20 5	0.095	0.103	0.105	0.108	0.110	100 5	0.0932	0.0970	0.0981	0.0991	0.1003

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n Table for $k = 12$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
1.1	0	322	0.483	0.541	0.593	0.653	9.1	0	154	0.195	0.209	0.223	0.241
1.2	0	200	0.270	0.292	0.313	0.338	9.2	0	127	0.149	0.157	0.164	0.173
1.3	0	139	0.187	0.201	0.213	0.228	9.3	0	111	0.127	0.132	0.137	0.143
1.4	0	100	0.139	0.150	0.159	0.169	9.4	0	100	0.113	0.117	0.120	0.125
1.5	0	072	0.106	0.116	0.123	0.132	9.5	0	90	0.101	0.105	0.108	0.111
2.1	0	246	0.353	0.391	0.428	0.473	10.1	0	150	0.188	0.202	0.215	0.232
2.2	0	172	0.222	0.239	0.255	0.274	10.2	0	124	0.146	0.153	0.160	0.168
2.3	0	132	0.166	0.177	0.187	0.198	10.3	0	110	0.125	0.130	0.135	0.140
2.4	0	106	0.133	0.141	0.148	0.156	10.4	0	99	0.111	0.115	0.119	0.123
2.5	0	085	0.109	0.116	0.121	0.128	10.5	0	90	0.101	0.104	0.107	0.110
3.1	0	213	0.296	0.326	0.354	0.390	11.1	0	146	0.182	0.195	0.208	0.223
3.2	0	157	0.198	0.212	0.225	0.241	11.2	0	123	0.143	0.150	0.156	0.164
3.3	0	127	0.155	0.163	0.172	0.182	11.3	0	109	0.123	0.128	0.132	0.138
3.4	0	105	0.127	0.134	0.140	0.147	11.4	0	99	0.110	0.114	0.117	0.121
3.5	0	089	0.108	0.113	0.118	0.124	11.5	0	90	0.100	0.103	0.106	0.109
4.1	0	194	0.263	0.288	0.311	0.342	12.1	0	143	0.178	0.190	0.201	0.216
4.2	0	148	0.183	0.195	0.206	0.220	12.2	0	121	0.140	0.147	0.153	0.160
4.3	0	122	0.146	0.154	0.161	0.170	12.3	0	108	0.122	0.126	0.130	0.136
4.4	0	104	0.123	0.129	0.135	0.141	12.4	0	97	0.108	0.109	0.113	0.116
4.5	0	090	0.107	0.111	0.116	0.121	12.5	0	90	0.100	0.103	0.105	0.108
5.1	0	181	0.240	0.262	0.283	0.309	14.1	0	138	0.169	0.181	0.191	0.205
5.2	0	141	0.172	0.183	0.193	0.205	14.2	0	118	0.136	0.142	0.147	0.154
5.3	0	119	0.141	0.148	0.154	0.162	14.3	0	106	0.119	0.123	0.127	0.132
5.4	0	103	0.120	0.126	0.130	0.136	14.4	0	97	0.108	0.109	0.111	0.114
5.5	0	090	0.105	0.110	0.113	0.118	14.5	0	90	0.099	0.101	0.104	0.107
6.1	0	171	0.224	0.244	0.262	0.285	16.1	0	135	0.163	0.173	0.183	0.195
6.2	0	136	0.164	0.174	0.183	0.194	16.2	0	116	0.132	0.138	0.143	0.150
6.3	0	117	0.136	0.143	0.149	0.156	16.3	0	105	0.117	0.121	0.124	0.129
6.4	0	102	0.118	0.123	0.127	0.132	16.4	0	96	0.106	0.109	0.112	0.115
6.5	0	090	0.104	0.108	0.112	0.116	16.5	0	90	0.098	0.100	0.103	0.105
7.1	0	164	0.212	0.230	0.246	0.267	18.1	0	131	0.158	0.167	0.176	0.188
7.2	0	132	0.158	0.167	0.175	0.186	18.2	0	114	0.129	0.135	0.139	0.146
7.3	0	114	0.133	0.139	0.144	0.151	18.3	0	104	0.115	0.119	0.122	0.126
7.4	0	101	0.116	0.120	0.124	0.129	18.4	0	96	0.105	0.108	0.110	0.114
7.5	0	090	0.103	0.107	0.110	0.114	18.5	0	89	0.097	0.100	0.102	0.104
8.1	0	158	0.202	0.218	0.234	0.253	20.1	0	129	0.154	0.163	0.171	0.182
8.2	0	129	0.153	0.162	0.169	0.179	20.2	0	112	0.127	0.132	0.136	0.142
8.3	0	113	0.130	0.135	0.140	0.147	20.3	0	103	0.113	0.117	0.120	0.124
8.4	0	100	0.114	0.118	0.122	0.127	20.4	0	95	0.104	0.107	0.109	0.112
8.5	0	090	0.102	0.106	0.109	0.113	20.5	0	89	0.097	0.100	0.104	0.105

TABLE I PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom $= n$. Table for $k = 13$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.306	0.460	0.513	0.562	0.621	9 1	0.144	0.182	0.196	0.209	0.226	30 1	0.1116	0.1297	0.1360	0.1420	0.1496
1 2	0.193	0.260	0.282	0.302	0.326	9 2	0.119	0.140	0.148	0.154	0.163	30 2	0.0999	0.1108	0.1144	0.1178	0.1220
1 3	0.136	0.182	0.195	0.207	0.222	9 3	0.105	0.120	0.125	0.130	0.135	30 3	0.0929	0.1010	0.1036	0.1060	0.1095
1 4	0.100	0.137	0.147	0.156	0.166	9 4	0.095	0.107	0.110	0.114	0.118	30 4	0.0876	0.0942	0.0963	0.0982	0.1005
1 5	0.074	0.106	0.115	0.122	0.130	9 5	0.086	0.097	0.100	0.103	0.106	30 5	0.0832	0.0889	0.0906	0.0922	0.0941
2 1	0.233	0.334	0.370	0.405	0.448	10 1	0.140	0.176	0.189	0.201	0.216	40 1	0.1067	0.1219	0.1272	0.1322	0.1385
2 2	0.164	0.212	0.228	0.243	0.262	10 2	0.117	0.137	0.144	0.150	0.158	40 2	0.0968	0.1060	0.1091	0.1120	0.1156
2 3	0.128	0.160	0.170	0.180	0.191	10 3	0.104	0.118	0.123	0.127	0.132	40 3	0.0909	0.0978	0.1000	0.1021	0.1047
2 4	0.103	0.129	0.136	0.143	0.151	10 4	0.094	0.105	0.109	0.112	0.116	40 4	0.0863	0.0920	0.0938	0.0955	0.0975
2 5	0.084	0.107	0.113	0.118	0.124	10 5	0.086	0.096	0.099	0.101	0.105	40 5	0.0825	0.0874	0.0890	0.0903	0.0920
3 1	0.201	0.279	0.307	0.334	0.368	11 1	0.137	0.170	0.182	0.194	0.209	50 1	0.1034	0.1167	0.1213	0.1257	0.1312
3 2	0.149	0.188	0.201	0.214	0.229	11 2	0.115	0.134	0.141	0.146	0.154	50 2	0.0947	0.1029	0.1056	0.1081	0.1112
3 3	0.122	0.148	0.156	0.164	0.174	11 3	0.103	0.116	0.121	0.125	0.130	50 3	0.0894	0.0956	0.0976	0.0994	0.1017
3 4	0.102	0.123	0.129	0.135	0.142	11 4	0.093	0.104	0.108	0.111	0.115	50 4	0.0854	0.0905	0.0921	0.0936	0.0953
3 5	0.087	0.105	0.110	0.114	0.120	11 5	0.086	0.095	0.098	0.100	0.104	50 5	0.0820	0.0864	0.0878	0.0890	0.0905
4 1	0.182	0.247	0.270	0.293	0.321	12 1	0.134	0.166	0.177	0.188	0.202	60 1	0.1009	0.1129	0.1170	0.1210	0.1259
4 2	0.140	0.173	0.185	0.195	0.209	12 2	0.113	0.132	0.138	0.143	0.150	60 2	0.0931	0.1005	0.1030	0.1053	0.1081
4 3	0.117	0.140	0.147	0.154	0.162	12 3	0.102	0.115	0.119	0.123	0.128	60 3	0.0884	0.0940	0.0958	0.0975	0.0995
4 4	0.100	0.118	0.124	0.129	0.135	12 4	0.093	0.103	0.107	0.109	0.113	60 4	0.0847	0.0894	0.0908	0.0922	0.0938
4 5	0.087	0.103	0.107	0.111	0.116	12 5	0.086	0.095	0.097	0.100	0.103	60 5	0.0816	0.0857	0.0869	0.0880	0.0894
5 1	0.170	0.226	0.246	0.265	0.290	14 1	0.129	0.158	0.169	0.178	0.191	70 1	0.0991	0.1100	0.1138	0.1174	0.1218
5 2	0.133	0.163	0.173	0.182	0.194	14 2	0.111	0.127	0.133	0.138	0.145	70 2	0.0919	0.0987	0.1010	0.1031	0.1057
5 3	0.113	0.134	0.140	0.146	0.154	14 3	0.100	0.112	0.116	0.119	0.124	70 3	0.0875	0.0927	0.0944	0.0959	0.0978
5 4	0.099	0.115	0.120	0.124	0.130	14 4	0.092	0.101	0.104	0.107	0.111	70 4	0.0842	0.0885	0.0898	0.0910	0.0926
5 5	0.087	0.101	0.105	0.109	0.113	14 5	0.085	0.094	0.096	0.098	0.101	70 5	0.0813	0.0851	0.0862	0.0873	0.0885
6 1	0.161	0.210	0.228	0.246	0.267	16 1	0.126	0.152	0.162	0.171	0.182	80 1	0.0976	0.1077	0.1112	0.1145	0.1186
6 2	0.129	0.155	0.164	0.173	0.183	16 2	0.109	0.124	0.129	0.134	0.140	80 2	0.0909	0.0973	0.0994	0.1013	0.1037
6 3	0.111	0.129	0.135	0.141	0.148	16 3	0.099	0.110	0.113	0.117	0.121	80 3	0.0869	0.0917	0.0933	0.0947	0.0964
6 4	0.098	0.112	0.117	0.121	0.126	16 4	0.091	0.100	0.103	0.105	0.109	80 4	0.0837	0.0877	0.0890	0.0905	0.0916
6 5	0.087	0.100	0.103	0.107	0.111	16 5	0.085	0.093	0.095	0.097	0.100	80 5	0.0811	0.0846	0.0857	0.0867	0.0878
7 1	0.154	0.199	0.215	0.230	0.250	18 1	0.123	0.147	0.156	0.164	0.175	90 1	0.0963	0.1058	0.1091	0.1121	0.1160
7 2	0.125	0.149	0.158	0.165	0.175	18 2	0.107	0.121	0.126	0.131	0.136	90 2	0.0901	0.0961	0.0980	0.0999	0.1021
7 3	0.108	0.126	0.131	0.136	0.143	18 3	0.097	0.108	0.111	0.114	0.118	90 3	0.0863	0.0909	0.0923	0.0937	0.0953
7 4	0.096	0.110	0.114	0.118	0.123	18 4	0.090	0.099	0.101	0.104	0.107	90 4	0.0834	0.0871	0.0883	0.0894	0.0907
7 5	0.087	0.099	0.102	0.105	0.109	18 5	0.085	0.092	0.094	0.096	0.099	90 5	0.0809	0.0842	0.0852	0.0861	0.0872
8 1	0.148	0.189	0.204	0.219	0.237	20 1	0.120	0.143	0.151	0.159	0.169	100 1	0.0953	0.1042	0.1073	0.1102	0.1138
8 2	0.122	0.144	0.152	0.159	0.168	20 2	0.105	0.119	0.123	0.128	0.133	100 2	0.0894	0.0950	0.0969	0.0986	0.1008
8 3	0.107	0.123	0.128	0.133	0.139	20 3	0.096	0.106	0.110	0.113	0.116	100 3	0.0858	0.0901	0.0915	0.0928	0.0944
8 4	0.095	0.108	0.112	0.116	0.120	20 4	0.090	0.098	0.100	0.103	0.105	100 4	0.0830	0.0866	0.0878	0.0888	0.0900
8 5	0.086	0.098	0.101	0.104	0.107	20 5	0.084	0.091	0.093	0.095	0.098	100 5	0.0807	0.0838	0.0848	0.0867	0.0887

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR $2m$, $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom $= n$ Table for $k = 14$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.292	0.439	0.490	0.541	0.599	9 1	0.135	0.171	0.184	0.196	0.212
1 2	0.187	0.251	0.272	0.292	0.316	9 2	0.113	0.132	0.139	0.146	0.154
1 3	0.134	0.177	0.190	0.202	0.216	9 3	0.100	0.114	0.119	0.123	0.128
1 4	0.100	0.135	0.144	0.153	0.162	9 4	0.090	0.101	0.105	0.108	0.112
1 5	0.075	0.105	0.114	0.121	0.128	9 5	0.082	0.092	0.095	0.098	0.101
2 1	0.221	0.316	0.351	0.384	0.425	10 1	0.132	0.165	0.177	0.188	0.203
2 2	0.157	0.203	0.219	0.233	0.251	10 2	0.110	0.129	0.136	0.142	0.149
2 3	0.124	0.154	0.164	0.173	0.184	10 3	0.098	0.112	0.116	0.120	0.125
2 4	0.101	0.125	0.132	0.139	0.146	10 4	0.089	0.100	0.104	0.107	0.110
2 5	0.083	0.104	0.110	0.115	0.121	10 5	0.082	0.091	0.094	0.097	0.100
3 1	0.190	0.263	0.290	0.316	0.348	11 1	0.129	0.160	0.171	0.182	0.196
3 2	0.142	0.179	0.192	0.204	0.219	11 2	0.109	0.126	0.132	0.138	0.145
3 3	0.117	0.142	0.150	0.157	0.167	11 3	0.097	0.110	0.114	0.118	0.123
3 4	0.099	0.118	0.124	0.130	0.136	11 4	0.089	0.099	0.102	0.105	0.109
3 5	0.085	0.101	0.106	0.111	0.116	11 5	0.082	0.091	0.093	0.096	0.099
4 1	0.172	0.233	0.255	0.276	0.303	12 1	0.126	0.156	0.166	0.176	0.189
4 2	0.133	0.165	0.175	0.186	0.198	12 2	0.107	0.124	0.130	0.135	0.142
4 3	0.112	0.133	0.141	0.147	0.155	12 3	0.096	0.108	0.112	0.116	0.121
4 4	0.096	0.113	0.119	0.124	0.129	12 4	0.088	0.098	0.101	0.104	0.107
4 5	0.085	0.099	0.103	0.107	0.112	12 5	0.081	0.090	0.092	0.095	0.098
5 1	0.160	0.213	0.232	0.250	0.273	14 1	0.122	0.148	0.158	0.167	0.179
5 2	0.127	0.155	0.164	0.173	0.184	14 2	0.104	0.120	0.125	0.130	0.136
5 3	0.108	0.127	0.134	0.140	0.147	14 3	0.094	0.106	0.109	0.113	0.117
5 4	0.095	0.110	0.115	0.119	0.124	14 4	0.087	0.096	0.099	0.102	0.105
5 5	0.084	0.097	0.101	0.104	0.109	14 5	0.081	0.089	0.091	0.093	0.096
6 1	0.152	0.198	0.215	0.231	0.252	16 1	0.118	0.143	0.151	0.160	0.171
6 2	0.122	0.147	0.156	0.164	0.174	16 2	0.102	0.117	0.121	0.126	0.132
6 3	0.105	0.123	0.129	0.134	0.141	16 3	0.093	0.104	0.107	0.110	0.114
6 4	0.093	0.107	0.112	0.116	0.121	16 4	0.086	0.095	0.097	0.100	0.103
6 5	0.084	0.096	0.099	0.102	0.106	16 5	0.081	0.088	0.090	0.092	0.095
7 1	0.145	0.187	0.202	0.217	0.235	18 1	0.115	0.138	0.146	0.154	0.164
7 2	0.118	0.141	0.149	0.156	0.166	18 2	0.100	0.114	0.118	0.123	0.128
7 3	0.103	0.119	0.125	0.129	0.136	18 3	0.092	0.102	0.105	0.108	0.112
7 4	0.092	0.105	0.109	0.113	0.117	18 4	0.085	0.093	0.096	0.101	0.104
7 5	0.083	0.094	0.098	0.101	0.104	18 5	0.080	0.087	0.089	0.091	0.093
8 1	0.140	0.178	0.192	0.205	0.222	20 1	0.113	0.134	0.142	0.149	0.158
8 2	0.115	0.137	0.144	0.150	0.159	20 2	0.099	0.112	0.116	0.120	0.125
8 3	0.101	0.116	0.121	0.126	0.132	20 3	0.091	0.100	0.103	0.106	0.109
8 4	0.091	0.103	0.107	0.110	0.115	20 4	0.085	0.092	0.095	0.097	0.100
8 5	0.083	0.093	0.096	0.099	0.103	20 5	0.080	0.086	0.088	0.090	0.092

99%

97.5%

95%

90%

50%

n

m

99%

97.5%

95%

90%

50%

n

m

99%

99%

97.5%

95%

90%

50%

n

m

99%

97.5%

95%

90%

50%

n

m

99%

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 15$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.280	0.420	0.469	0.515	0.572	9 1	0.128	0.161	0.174	0.185	0.200	30 1	0.0982	0.1139	0.1195	0.1247	0.1313
1 2	0.181	0.243	0.263	0.282	0.306	9 2	0.107	0.126	0.132	0.138	0.146	30 2	0.0883	0.0978	0.1010	0.1040	0.1077
1 3	0.131	0.173	0.185	0.197	0.210	9 3	0.095	0.108	0.113	0.117	0.122	30 3	0.0824	0.0895	0.0919	0.0940	0.0966
1 4	0.099	0.132	0.142	0.150	0.159	9 4	0.086	0.097	0.100	0.103	0.107	30 4	0.0780	0.0838	0.0857	0.0874	0.0894
1 5	0.076	0.104	0.112	0.119	0.126	9 5	0.079	0.088	0.091	0.094	0.097	30 5	0.0744	0.0794	0.0809	0.0823	0.0840
2 1	0.210	0.301	0.334	0.365	0.405	10 1	0.124	0.156	0.167	0.178	0.192	40 1	0.0937	0.1069	0.1115	0.1159	0.1214
2 2	0.151	0.195	0.210	0.224	0.241	10 2	0.105	0.122	0.128	0.134	0.141	40 2	0.0854	0.0934	0.0961	0.0987	0.1018
2 3	0.120	0.149	0.159	0.167	0.178	10 3	0.093	0.106	0.110	0.114	0.119	40 3	0.0804	0.0865	0.0884	0.0903	0.0925
2 4	0.099	0.121	0.128	0.135	0.142	10 4	0.085	0.095	0.099	0.102	0.105	40 4	0.0766	0.0816	0.0832	0.0847	0.0864
2 5	0.082	0.102	0.107	0.112	0.118	10 5	0.078	0.087	0.090	0.092	0.095	40 5	0.0735	0.0778	0.0791	0.0804	0.0818
3 1	0.181	0.250	0.275	0.300	0.331	11 1	0.121	0.151	0.161	0.172	0.184	50 1	0.0907	0.1022	0.1063	0.1101	0.1148
3 2	0.136	0.171	0.183	0.195	0.209	11 2	0.103	0.120	0.125	0.131	0.137	50 2	0.0833	0.0905	0.0929	0.0951	0.0978
3 3	0.112	0.136	0.144	0.151	0.160	11 3	0.092	0.104	0.108	0.112	0.117	50 3	0.0789	0.0844	0.0861	0.0877	0.0897
3 4	0.095	0.114	0.120	0.125	0.132	11 4	0.085	0.094	0.097	0.100	0.104	50 4	0.0756	0.0801	0.0815	0.0828	0.0844
3 5	0.082	0.098	0.103	0.107	0.112	11 5	0.078	0.086	0.089	0.091	0.094	50 5	0.0728	0.0767	0.0779	0.0790	0.0803
4 1	0.163	0.221	0.242	0.262	0.287	12 1	0.119	0.147	0.157	0.166	0.178	60 1	0.0885	0.0988	0.1024	0.1058	0.1101
4 2	0.127	0.157	0.167	0.177	0.189	12 2	0.101	0.117	0.123	0.128	0.134	60 2	0.0819	0.0883	0.0905	0.0925	0.0949
4 3	0.107	0.128	0.135	0.141	0.149	12 3	0.091	0.103	0.107	0.110	0.114	60 3	0.0779	0.0828	0.0844	0.0859	0.0877
4 4	0.093	0.109	0.114	0.119	0.125	12 4	0.084	0.093	0.096	0.099	0.102	60 4	0.0749	0.0789	0.0802	0.0814	0.0828
4 5	0.082	0.096	0.100	0.104	0.108	12 5	0.078	0.086	0.088	0.090	0.093	60 5	0.0723	0.0759	0.0770	0.0780	0.0792
5 1	0.152	0.201	0.219	0.237	0.258	14 1	0.114	0.140	0.149	0.157	0.168	70 1	0.0868	0.0962	0.0995	0.1026	0.1065
5 2	0.121	0.147	0.156	0.165	0.175	14 2	0.099	0.113	0.118	0.123	0.129	70 2	0.0807	0.0866	0.0886	0.0904	0.0927
5 3	0.103	0.122	0.128	0.133	0.140	14 3	0.090	0.100	0.104	0.107	0.111	70 3	0.0771	0.0816	0.0831	0.0844	0.0861
5 4	0.091	0.105	0.110	0.114	0.119	14 4	0.083	0.091	0.094	0.096	0.100	70 4	0.0743	0.0780	0.0792	0.0803	0.0816
5 5	0.081	0.094	0.097	0.101	0.105	14 5	0.077	0.085	0.087	0.089	0.091	70 5	0.0719	0.0752	0.0762	0.0772	0.0783
6 1	0.143	0.187	0.203	0.218	0.238	16 1	0.111	0.134	0.143	0.150	0.160	80 1	0.0854	0.0942	0.0972	0.1001	0.1036
6 2	0.116	0.140	0.148	0.155	0.165	16 2	0.097	0.110	0.115	0.119	0.124	80 2	0.0798	0.0853	0.0871	0.0888	0.0909
6 3	0.100	0.117	0.123	0.128	0.134	16 3	0.088	0.098	0.101	0.104	0.108	80 3	0.0764	0.0806	0.0820	0.0832	0.0848
6 4	0.090	0.103	0.107	0.111	0.115	16 4	0.082	0.090	0.092	0.095	0.098	80 4	0.0738	0.0773	0.0784	0.0794	0.0807
6 5	0.081	0.092	0.095	0.098	0.102	16 5	0.077	0.084	0.086	0.087	0.090	80 5	0.0716	0.0747	0.0756	0.0765	0.0775
7 1	0.137	0.177	0.191	0.205	0.222	18 1	0.108	0.130	0.137	0.145	0.154	90 1	0.0843	0.0925	0.0953	0.0980	0.1013
7 2	0.112	0.134	0.141	0.148	0.157	18 2	0.095	0.108	0.112	0.116	0.121	90 2	0.0790	0.0842	0.0859	0.0875	0.0895
7 3	0.098	0.114	0.119	0.123	0.129	18 3	0.087	0.096	0.099	0.102	0.106	90 3	0.0758	0.0798	0.0811	0.0823	0.0837
7 4	0.088	0.100	0.104	0.108	0.112	18 4	0.081	0.089	0.091	0.093	0.096	90 4	0.0734	0.0767	0.0778	0.0787	0.0799
7 5	0.080	0.090	0.094	0.096	0.100	18 5	0.076	0.083	0.085	0.086	0.089	90 5	0.0714	0.0743	0.0751	0.0760	0.0769
8 1	0.132	0.168	0.181	0.194	0.210	20 1	0.106	0.126	0.133	0.140	0.149	100 1	0.0833	0.0910	0.0937	0.0962	0.0993
8 2	0.109	0.129	0.136	0.143	0.151	20 2	0.093	0.105	0.109	0.113	0.118	100 2	0.0784	0.0833	0.0849	0.0864	0.0882
8 3	0.096	0.111	0.115	0.120	0.125	20 3	0.086	0.095	0.098	0.100	0.104	100 3	0.0754	0.0791	0.0804	0.0815	0.0828
8 4	0.087	0.098	0.102	0.105	0.109	20 4	0.080	0.087	0.090	0.092	0.094	100 4	0.0731	0.0762	0.0772	0.0781	0.0792
8 5	0.080	0.089	0.092	0.095	0.098	20 5	0.076	0.082	0.084	0.086	0.088	100 5	0.0711	0.0739	0.0747	0.0755	0.0764

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m . $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 16$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.268	0.402	0.450	0.495	0.553	9 1	0.121	0.153	0.164	0.175	0.189
1 2	0.175	0.235	0.255	0.274	0.297	9 2	0.102	0.119	0.126	0.131	0.138
1 3	0.129	0.168	0.181	0.192	0.205	9 3	0.090	0.103	0.107	0.111	0.116
1 4	0.099	0.130	0.139	0.147	0.156	9 4	0.082	0.092	0.096	0.099	0.102
1 5	0.076	0.104	0.111	0.117	0.125	9 5	0.076	0.085	0.087	0.090	0.092
2 1	0.201	0.287	0.319	0.349	0.387	10 1	0.118	0.147	0.158	0.168	0.181
2 2	0.145	0.187	0.202	0.215	0.232	10 2	0.100	0.116	0.122	0.127	0.134
2 3	0.116	0.144	0.153	0.162	0.172	10 3	0.089	0.101	0.105	0.109	0.113
2 4	0.096	0.118	0.125	0.131	0.138	10 4	0.081	0.091	0.094	0.097	0.100
2 5	0.081	0.099	0.105	0.110	0.115	10 5	0.075	0.084	0.086	0.088	0.091
3 1	0.172	0.238	0.262	0.285	0.315	11 1	0.115	0.143	0.153	0.162	0.174
3 2	0.131	0.164	0.176	0.187	0.200	11 2	0.098	0.114	0.119	0.124	0.130
3 3	0.108	0.131	0.139	0.146	0.154	11 3	0.088	0.099	0.103	0.107	0.111
3 4	0.093	0.110	0.116	0.121	0.127	11 4	0.081	0.090	0.093	0.095	0.099
3 5	0.081	0.095	0.100	0.104	0.109	11 5	0.075	0.083	0.085	0.087	0.090
4 1	0.155	0.210	0.229	0.248	0.273	12 1	0.112	0.139	0.148	0.157	0.169
4 2	0.122	0.150	0.160	0.169	0.181	12 2	0.096	0.111	0.116	0.121	0.127
4 3	0.103	0.123	0.129	0.135	0.143	12 3	0.087	0.098	0.101	0.105	0.109
4 4	0.090	0.105	0.110	0.114	0.120	12 4	0.080	0.089	0.092	0.094	0.097
4 5	0.080	0.092	0.096	0.100	0.104	12 5	0.074	0.082	0.084	0.086	0.089
5 1	0.144	0.191	0.208	0.224	0.245	14 1	0.108	0.132	0.141	0.149	0.159
5 2	0.115	0.140	0.149	0.157	0.167	14 2	0.094	0.107	0.112	0.117	0.122
5 3	0.099	0.117	0.122	0.128	0.134	14 3	0.085	0.095	0.099	0.102	0.105
5 4	0.088	0.101	0.106	0.110	0.115	14 4	0.079	0.087	0.090	0.092	0.095
5 5	0.079	0.090	0.094	0.101	0.104	14 5	0.074	0.081	0.083	0.085	0.087
6 1	0.136	0.178	0.193	0.207	0.225	16 1	0.105	0.127	0.135	0.142	0.152
6 2	0.111	0.133	0.141	0.148	0.157	16 2	0.091	0.104	0.109	0.113	0.118
6 3	0.096	0.112	0.117	0.122	0.128	16 3	0.084	0.093	0.096	0.099	0.103
6 4	0.086	0.099	0.103	0.106	0.111	16 4	0.078	0.086	0.088	0.090	0.093
6 5	0.078	0.088	0.092	0.095	0.098	16 5	0.073	0.080	0.082	0.084	0.086
7 1	0.130	0.167	0.181	0.194	0.211	18 1	0.102	0.123	0.130	0.137	0.146
7 2	0.107	0.128	0.135	0.141	0.150	18 2	0.090	0.102	0.106	0.110	0.114
7 3	0.094	0.109	0.113	0.118	0.123	18 3	0.082	0.091	0.094	0.097	0.100
7 4	0.085	0.096	0.100	0.103	0.107	18 4	0.077	0.084	0.086	0.089	0.091
7 5	0.077	0.087	0.090	0.093	0.096	18 5	0.073	0.079	0.081	0.082	0.085
8 1	0.125	0.159	0.172	0.184	0.199	20 1	0.100	0.119	0.126	0.132	0.140
8 2	0.104	0.123	0.130	0.136	0.143	20 2	0.088	0.100	0.103	0.107	0.111
8 3	0.092	0.106	0.110	0.114	0.119	20 3	0.081	0.090	0.093	0.095	0.098
8 4	0.083	0.094	0.098	0.101	0.105	20 4	0.076	0.076	0.083	0.085	0.087
8 5	0.076	0.086	0.088	0.091	0.094	20 5	0.072	0.078	0.080	0.081	0.083

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 17$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.258	0.387	0.433	0.476	0.529	9 1	0.115	0.145	0.156	0.166	0.179	30 1	0.0878	0.1017	0.1066	0.1112	0.1171
1 2	0.170	0.228	0.248	0.266	0.288	9 2	0.097	0.114	0.120	0.125	0.132	30 2	0.0792	0.0877	0.0905	0.0931	0.0964
1 3	0.126	0.164	0.176	0.187	0.200	9 3	0.086	0.099	0.103	0.106	0.111	30 3	0.0742	0.0805	0.0826	0.0845	0.0869
1 4	0.098	0.127	0.136	0.144	0.153	9 4	0.079	0.089	0.092	0.095	0.098	30 4	0.0704	0.0756	0.0773	0.0788	0.0806
1 5	0.077	0.102	0.109	0.116	0.123	9 5	0.073	0.081	0.084	0.086	0.089	30 5	0.0673	0.0718	0.0732	0.0744	0.0760
2 1	0.192	0.275	0.305	0.334	0.370	10 1	0.112	0.140	0.150	0.160	0.172	40 1	0.0837	0.0953	0.0994	0.1032	0.1081
2 2	0.140	0.180	0.194	0.207	0.224	10 2	0.095	0.111	0.116	0.121	0.128	40 2	0.0764	0.0836	0.0860	0.0882	0.0910
2 3	0.113	0.140	0.148	0.156	0.167	10 3	0.085	0.097	0.100	0.104	0.108	40 3	0.0721	0.0776	0.0793	0.0810	0.0830
2 4	0.094	0.115	0.121	0.127	0.134	10 4	0.078	0.087	0.090	0.093	0.096	40 4	0.0689	0.0734	0.0748	0.0761	0.0777
2 5	0.080	0.097	0.102	0.107	0.113	10 5	0.072	0.080	0.082	0.085	0.087	40 5	0.0662	0.0701	0.0713	0.0724	0.0738
3 1	0.164	0.227	0.250	0.272	0.300	11 1	0.109	0.135	0.145	0.154	0.165	50 1	0.0809	0.0910	0.0946	0.0980	0.1022
3 2	0.126	0.158	0.169	0.179	0.192	11 2	0.093	0.108	0.113	0.118	0.124	50 2	0.0745	0.0808	0.0830	0.0849	0.0874
3 3	0.104	0.126	0.134	0.140	0.149	11 3	0.084	0.095	0.099	0.102	0.106	50 3	0.0707	0.0756	0.0771	0.0786	0.0803
3 4	0.090	0.107	0.112	0.117	0.123	11 4	0.077	0.086	0.089	0.091	0.095	50 4	0.0679	0.0719	0.0731	0.0743	0.0757
3 5	0.078	0.093	0.097	0.101	0.106	11 5	0.072	0.079	0.082	0.084	0.086	50 5	0.0655	0.0690	0.0701	0.0710	0.0722
4 1	0.148	0.200	0.219	0.237	0.260	12 1	0.107	0.132	0.141	0.149	0.160	60 1	0.0788	0.0880	0.0911	0.0941	0.0979
4 2	0.117	0.144	0.153	0.162	0.173	12 2	0.092	0.106	0.111	0.115	0.121	60 2	0.0731	0.0788	0.0807	0.0825	0.0847
4 3	0.099	0.118	0.124	0.130	0.137	12 3	0.083	0.093	0.097	0.100	0.104	60 3	0.0697	0.0741	0.0755	0.0768	0.0784
4 4	0.087	0.101	0.106	0.110	0.116	12 4	0.076	0.085	0.088	0.090	0.093	60 4	0.0671	0.0707	0.0719	0.0730	0.0742
4 5	0.077	0.090	0.093	0.097	0.101	12 5	0.071	0.078	0.081	0.083	0.085	60 5	0.0650	0.0681	0.0691	0.0700	0.0711
5 1	0.137	0.182	0.198	0.214	0.234	14 1	0.103	0.125	0.133	0.141	0.151	70 1	0.0773	0.0856	0.0885	0.0912	0.0947
5 2	0.110	0.134	0.142	0.150	0.160	14 2	0.089	0.102	0.107	0.111	0.116	70 2	0.0720	0.0773	0.0790	0.0806	0.0827
5 3	0.095	0.112	0.118	0.123	0.129	14 3	0.081	0.091	0.094	0.097	0.100	70 3	0.0689	0.0729	0.0742	0.0754	0.0769
5 4	0.085	0.098	0.102	0.106	0.110	14 4	0.075	0.083	0.086	0.088	0.091	70 4	0.0665	0.0699	0.0709	0.0719	0.0731
5 5	0.076	0.087	0.090	0.094	0.097	14 5	0.071	0.077	0.079	0.081	0.083	70 5	0.0646	0.0675	0.0684	0.0692	0.0702
6 1	0.130	0.169	0.183	0.197	0.215	16 1	0.100	0.120	0.128	0.135	0.144	80 1	0.0760	0.0837	0.0864	0.0889	0.0921
6 2	0.106	0.127	0.135	0.141	0.150	16 2	0.087	0.099	0.103	0.107	0.112	80 2	0.0711	0.0760	0.0777	0.0792	0.0810
6 3	0.092	0.108	0.113	0.117	0.123	16 3	0.080	0.089	0.092	0.094	0.098	80 3	0.0682	0.0720	0.0732	0.0743	0.0757
6 4	0.083	0.095	0.099	0.102	0.106	16 4	0.074	0.082	0.084	0.086	0.089	80 4	0.0660	0.0692	0.0702	0.0711	0.0722
6 5	0.075	0.085	0.088	0.091	0.095	16 5	0.070	0.076	0.078	0.080	0.082	80 5	0.0642	0.0669	0.0678	0.0685	0.0695
7 1	0.124	0.159	0.172	0.184	0.200	18 1	0.097	0.116	0.123	0.129	0.138	90 1	0.0750	0.0822	0.0847	0.0870	0.0900
7 2	0.102	0.122	0.128	0.135	0.143	18 2	0.085	0.097	0.100	0.104	0.109	90 2	0.0704	0.0750	0.0765	0.0779	0.0797
7 3	0.090	0.104	0.109	0.113	0.118	18 3	0.079	0.087	0.090	0.092	0.095	90 3	0.0677	0.0712	0.0724	0.0734	0.0747
7 4	0.081	0.092	0.096	0.099	0.103	18 4	0.073	0.080	0.082	0.085	0.087	90 4	0.0656	0.0686	0.0695	0.0704	0.0714
7 5	0.074	0.084	0.086	0.089	0.092	18 5	0.069	0.075	0.077	0.079	0.081	90 5	0.0639	0.0665	0.0673	0.0680	0.0689
8 1	0.119	0.151	0.163	0.174	0.189	20 1	0.095	0.113	0.119	0.125	0.133	100 1	0.0741	0.0809	0.0832	0.0854	0.0882
8 2	0.099	0.117	0.124	0.129	0.137	20 2	0.084	0.095	0.098	0.102	0.106	100 2	0.0698	0.0741	0.0756	0.0769	0.0785
8 3	0.088	0.101	0.105	0.109	0.114	20 3	0.078	0.086	0.088	0.090	0.093	100 3	0.0672	0.0706	0.0717	0.0727	0.0739
8 4	0.080	0.090	0.094	0.097	0.100	20 4	0.073	0.079	0.081	0.083	0.086	100 4	0.0653	0.0681	0.0690	0.0708	0.0714
8 5	0.073	0.082	0.085	0.087	0.090	20 5	0.069	0.074	0.078	0.080	0.080	100 5	0.0637	0.0661	0.0669	0.0675	0.0684

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n Table for $k = 18$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.248	0.372	0.417	0.459	0.514	9 1	0.110	0.138	0.149	0.158	0.171	30 1	0.0834	0.0965	0.1012	0.1056	0.1111
1 2	0.165	0.221	0.240	0.258	0.280	9 2	0.093	0.109	0.114	0.119	0.126	30 2	0.0754	0.0834	0.0861	0.0886	0.0917
1 3	0.124	0.160	0.172	0.183	0.196	9 3	0.083	0.095	0.098	0.102	0.106	30 3	0.0706	0.0767	0.0786	0.0805	0.0827
1 4	0.097	0.125	0.134	0.141	0.150	9 4	0.076	0.085	0.088	0.091	0.094	30 4	0.0671	0.0721	0.0737	0.0751	0.0769
1 5	0.077	0.101	0.108	0.114	0.121	9 5	0.070	0.078	0.081	0.083	0.085	30 5	0.0642	0.0685	0.0698	0.0711	0.0725
2 1	0.185	0.263	0.292	0.320	0.355	10 1	0.107	0.133	0.143	0.152	0.164	40 1	0.0794	0.0904	0.0943	0.0979	0.1025
2 2	0.135	0.174	0.188	0.200	0.216	10 2	0.091	0.106	0.111	0.116	0.122	40 2	0.0726	0.0794	0.0817	0.0838	0.0865
2 3	0.109	0.135	0.144	0.152	0.161	10 3	0.081	0.092	0.096	0.100	0.104	40 3	0.0686	0.0738	0.0755	0.0770	0.0789
2 4	0.092	0.112	0.118	0.124	0.131	10 4	0.075	0.084	0.086	0.089	0.092	40 4	0.0656	0.0699	0.0712	0.0725	0.0740
2 5	0.078	0.095	0.100	0.104	0.110	10 5	0.070	0.077	0.079	0.081	0.084	40 5	0.0632	0.0668	0.0680	0.0690	0.0703
3 1	0.158	0.217	0.239	0.260	0.287	11 1	0.104	0.129	0.138	0.146	0.157	50 1	0.0767	0.0863	0.0897	0.0929	0.0969
3 2	0.121	0.152	0.162	0.172	0.185	11 2	0.089	0.103	0.108	0.113	0.118	50 2	0.0708	0.0768	0.0788	0.0806	0.0829
3 3	0.101	0.122	0.129	0.136	0.143	11 3	0.080	0.091	0.094	0.097	0.101	50 3	0.0672	0.0718	0.0733	0.0747	0.0764
3 4	0.087	0.104	0.109	0.113	0.119	11 4	0.074	0.082	0.085	0.088	0.091	50 4	0.0646	0.0684	0.0696	0.0707	0.0720
3 5	0.077	0.090	0.094	0.098	0.103	11 5	0.069	0.076	0.078	0.080	0.083	50 5	0.0624	0.0657	0.0667	0.0677	0.0688
4 1	0.142	0.191	0.209	0.226	0.248	12 1	0.102	0.125	0.134	0.142	0.152	60 1	0.0748	0.0834	0.0864	0.0892	0.0928
4 2	0.112	0.138	0.147	0.155	0.166	12 2	0.087	0.101	0.106	0.110	0.115	60 2	0.0694	0.0748	0.0766	0.0783	0.0804
4 3	0.095	0.114	0.120	0.125	0.132	12 3	0.079	0.089	0.092	0.096	0.099	60 3	0.0662	0.0704	0.0717	0.0730	0.0745
4 4	0.084	0.098	0.103	0.107	0.112	12 4	0.073	0.081	0.084	0.086	0.089	60 4	0.0638	0.0673	0.0684	0.0694	0.0706
4 5	0.075	0.087	0.090	0.094	0.098	12 5	0.068	0.075	0.077	0.079	0.082	60 5	0.0619	0.0648	0.0658	0.0666	0.0677
5 1	0.131	0.174	0.189	0.204	0.223	14 1	0.098	0.119	0.127	0.134	0.143	70 1	0.0733	0.0811	0.0839	0.0864	0.0897
5 2	0.106	0.129	0.137	0.144	0.153	14 2	0.085	0.097	0.102	0.106	0.111	70 2	0.0684	0.0733	0.0750	0.0765	0.0784
5 3	0.092	0.108	0.113	0.118	0.124	14 3	0.078	0.087	0.090	0.092	0.096	70 3	0.0654	0.0693	0.0705	0.0716	0.0730
5 4	0.082	0.094	0.098	0.102	0.107	14 4	0.072	0.080	0.082	0.084	0.087	70 4	0.0632	0.0664	0.0674	0.0683	0.0695
5 5	0.074	0.084	0.087	0.090	0.094	14 5	0.068	0.074	0.076	0.078	0.080	70 5	0.0614	0.0642	0.0650	0.0658	0.0668
6 1	0.124	0.161	0.175	0.188	0.205	16 1	0.095	0.114	0.121	0.128	0.137	80 1	0.0720	0.0793	0.0819	0.0842	0.0872
6 2	0.101	0.122	0.129	0.136	0.144	16 2	0.083	0.095	0.098	0.102	0.107	80 2	0.0675	0.0721	0.0737	0.0751	0.0768
6 3	0.089	0.103	0.108	0.113	0.118	16 3	0.076	0.085	0.087	0.090	0.093	80 3	0.0648	0.0684	0.0695	0.0706	0.0719
6 4	0.080	0.091	0.095	0.098	0.102	16 4	0.071	0.078	0.080	0.082	0.085	80 4	0.0627	0.0657	0.0667	0.0675	0.0686
6 5	0.073	0.082	0.085	0.088	0.091	16 5	0.067	0.073	0.075	0.076	0.078	80 5	0.0611	0.0636	0.0644	0.0652	0.0661
7 1	0.118	0.152	0.164	0.176	0.191	18 1	0.092	0.110	0.117	0.123	0.131	90 1	0.0711	0.0779	0.0802	0.0824	0.0852
7 2	0.098	0.117	0.123	0.129	0.137	18 2	0.081	0.092	0.096	0.099	0.103	90 2	0.0668	0.0711	0.0726	0.0739	0.0755
7 3	0.086	0.100	0.104	0.108	0.113	18 3	0.075	0.083	0.086	0.088	0.091	90 3	0.0643	0.0676	0.0687	0.0697	0.0709
7 4	0.078	0.089	0.092	0.095	0.099	18 4	0.070	0.077	0.079	0.081	0.083	90 4	0.0623	0.0651	0.0660	0.0668	0.0678
7 5	0.072	0.081	0.083	0.086	0.089	18 5	0.067	0.072	0.074	0.075	0.077	90 5	0.0608	0.0632	0.0639	0.0646	0.0655
8 1	0.114	0.144	0.155	0.166	0.180	20 1	0.090	0.107	0.113	0.119	0.126	100 1	0.0702	0.0766	0.0788	0.0809	0.0835
8 2	0.095	0.112	0.118	0.124	0.131	20 2	0.080	0.090	0.094	0.097	0.101	100 2	0.0662	0.0703	0.0717	0.0729	0.0745
8 3	0.085	0.097	0.101	0.105	0.109	20 3	0.074	0.081	0.084	0.086	0.089	100 3	0.0638	0.0670	0.0680	0.0689	0.0701
8 4	0.077	0.087	0.090	0.093	0.096	20 4	0.070	0.076	0.078	0.080	0.082	100 4	0.0620	0.0646	0.0655	0.0663	0.0672
8 5	0.071	0.079	0.082	0.084	0.087	20 5	0.066	0.071	0.073	0.074	0.076	100 5	0.0605	0.0628	0.0635	0.0642	0.0650

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 19$

$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%	$n \backslash m$	50%	90%	95%	97.5%	99%
1 1	0.240	0.359	0.402	0.443	0.493	9 1	0.105	0.132	0.142	0.151	0.163	30 1	0.0795	0.0919	0.0963	0.1005	0.1057
1 2	0.161	0.215	0.234	0.251	0.272	9 2	0.089	0.104	0.109	0.114	0.121	30 2	0.0719	0.0795	0.0821	0.0844	0.0874
1 3	0.121	0.157	0.168	0.178	0.191	9 3	0.080	0.091	0.094	0.098	0.102	30 3	0.0675	0.0732	0.0751	0.0768	0.0789
1 4	0.095	0.123	0.131	0.139	0.147	9 4	0.073	0.082	0.085	0.087	0.091	30 4	0.0642	0.0689	0.0704	0.0718	0.0735
1 5	0.076	0.100	0.107	0.112	0.119	9 5	0.068	0.075	0.077	0.080	0.082	30 5	0.0615	0.0655	0.0668	0.0680	0.0694
2 1	0.178	0.253	0.281	0.307	0.341	10 1	0.102	0.127	0.136	0.145	0.156	40 1	0.0756	0.0860	0.0897	0.0931	0.0975
2 2	0.131	0.168	0.181	0.193	0.209	10 2	0.087	0.101	0.106	0.111	0.117	40 2	0.0692	0.0757	0.0778	0.0798	0.0824
2 3	0.106	0.131	0.140	0.147	0.157	10 3	0.078	0.089	0.092	0.095	0.099	40 3	0.0655	0.0704	0.0720	0.0735	0.0753
2 4	0.090	0.109	0.115	0.120	0.127	10 4	0.072	0.080	0.083	0.086	0.089	40 4	0.0627	0.0667	0.0680	0.0692	0.0707
2 5	0.077	0.093	0.098	0.102	0.107	10 5	0.067	0.074	0.076	0.078	0.081	40 5	0.0604	0.0639	0.0650	0.0660	0.0672
3 1	0.151	0.208	0.229	0.249	0.275	11 1	0.099	0.123	0.132	0.140	0.150	50 1	0.0730	0.0821	0.0853	0.0883	0.0921
3 2	0.117	0.146	0.156	0.166	0.178	11 2	0.085	0.099	0.104	0.108	0.113	50 2	0.0674	0.0731	0.0750	0.0768	0.0790
3 3	0.098	0.118	0.125	0.131	0.139	11 3	0.077	0.097	0.090	0.093	0.097	50 3	0.0641	0.0685	0.0699	0.0712	0.0728
3 4	0.085	0.100	0.105	0.110	0.116	11 4	0.071	0.079	0.082	0.084	0.087	50 4	0.0616	0.0652	0.0664	0.0674	0.0687
3 5	0.075	0.088	0.092	0.095	0.100	11 5	0.067	0.073	0.075	0.077	0.080	50 5	0.0596	0.0627	0.0637	0.0646	0.0657
4 1	0.136	0.183	0.200	0.216	0.238	12 1	0.097	0.119	0.127	0.135	0.145	60 1	0.0711	0.0793	0.0821	0.0848	0.0882
4 2	0.108	0.133	0.141	0.149	0.160	12 2	0.084	0.097	0.101	0.105	0.110	60 2	0.0661	0.0712	0.0729	0.0745	0.0765
4 3	0.092	0.110	0.115	0.121	0.127	12 3	0.076	0.086	0.089	0.092	0.095	60 3	0.0631	0.0670	0.0683	0.0695	0.0710
4 4	0.081	0.095	0.099	0.103	0.108	12 4	0.070	0.078	0.081	0.083	0.086	60 4	0.0609	0.0641	0.0652	0.0661	0.0673
4 5	0.073	0.084	0.088	0.091	0.095	12 5	0.066	0.072	0.075	0.076	0.079	60 5	0.0590	0.0619	0.0628	0.0636	0.0646
5 1	0.126	0.166	0.181	0.195	0.213	14 1	0.094	0.114	0.121	0.128	0.137	70 1	0.0697	0.0771	0.0797	0.0821	0.0852
5 2	0.102	0.124	0.131	0.138	0.147	14 2	0.081	0.093	0.097	0.101	0.106	70 2	0.0651	0.0698	0.0713	0.0728	0.0746
5 3	0.088	0.104	0.109	0.114	0.119	14 3	0.074	0.083	0.086	0.089	0.092	70 3	0.0623	0.0660	0.0671	0.0682	0.0695
5 4	0.079	0.091	0.095	0.098	0.103	14 4	0.069	0.076	0.078	0.081	0.083	70 4	0.0603	0.0633	0.0643	0.0651	0.0662
5 5	0.072	0.082	0.085	0.088	0.091	14 5	0.065	0.071	0.073	0.075	0.077	70 5	0.0586	0.0612	0.0620	0.0628	0.0637
6 1	0.119	0.154	0.167	0.179	0.195	16 1	0.090	0.109	0.116	0.122	0.130	80 1	0.0685	0.0754	0.0778	0.0800	0.0829
6 2	0.097	0.117	0.124	0.130	0.138	16 2	0.079	0.090	0.094	0.098	0.102	80 2	0.0642	0.0686	0.0701	0.0714	0.0731
6 3	0.085	0.099	0.104	0.108	0.114	16 3	0.073	0.081	0.084	0.086	0.089	80 3	0.0617	0.0651	0.0662	0.0672	0.0684
6 4	0.077	0.088	0.091	0.095	0.099	16 4	0.068	0.075	0.077	0.079	0.081	80 4	0.0598	0.0626	0.0635	0.0643	0.0653
6 5	0.070	0.080	0.082	0.085	0.088	16 5	0.064	0.070	0.072	0.073	0.075	80 5	0.0582	0.0607	0.0614	0.0621	0.0630
7 1	0.113	0.145	0.157	0.168	0.182	18 1	0.088	0.105	0.111	0.117	0.125	90 1	0.0675	0.0740	0.0762	0.0783	0.0809
7 2	0.094	0.112	0.118	0.124	0.131	18 2	0.078	0.088	0.091	0.095	0.099	90 2	0.0636	0.0677	0.0690	0.0703	0.0718
7 3	0.083	0.096	0.100	0.104	0.109	18 3	0.072	0.079	0.082	0.084	0.087	90 3	0.0612	0.0643	0.0654	0.0663	0.0675
7 4	0.075	0.086	0.089	0.092	0.095	18 4	0.067	0.073	0.076	0.077	0.080	90 4	0.0594	0.0620	0.0629	0.0636	0.0646
7 5	0.069	0.078	0.080	0.083	0.086	18 5	0.064	0.069	0.071	0.072	0.074	90 5	0.0579	0.0602	0.0609	0.0616	0.0624
8 1	0.109	0.138	0.148	0.159	0.172	20 1	0.086	0.102	0.108	0.113	0.120	100 1	0.0667	0.0728	0.0749	0.0769	0.0793
8 2	0.091	0.108	0.113	0.118	0.125	20 2	0.076	0.086	0.089	0.092	0.096	100 2	0.0630	0.0669	0.0681	0.0693	0.0708
8 3	0.081	0.093	0.097	0.101	0.105	20 3	0.071	0.078	0.080	0.082	0.085	100 3	0.0607	0.0637	0.0647	0.0656	0.0667
8 4	0.074	0.084	0.087	0.089	0.093	20 4	0.067	0.072	0.074	0.076	0.078	100 4	0.0590	0.0616	0.0623	0.0631	0.0640
8 5	0.068	0.076	0.079	0.081	0.084	20 5	0.063	0.068	0.070	0.071	0.073	100 5	0.0576	0.0598	0.0605	0.0611	0.0619

TABLE I PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k = \text{number of sample variances. each with degrees of freedom } n$ Table for $k = 20$

n		m		l		k		j		i		h		g		f		e		d		c		b		a								
n	m	l	k	j	i	h	g	f	e	d	c	b	a	90%	95%	97%	99%	90%	95%	97%	99%	90%	95%	97%	99%									
1	0	232	0	347	0	388	0	428	0	477	5	1	0	121	0	159	0	173	0	187	0	204	9	1	0	1006	0	1263	0	1356	0	1446	0	1560
1	1	157	0	209	0	227	0	244	0	265	5	2	0	098	0	119	0	126	0	133	0	142	9	2	0	0852	0	0999	0	1050	0	1097	0	1157
1	1	119	0	153	0	164	0	175	0	187	5	3	0	085	0	100	0	105	0	110	0	115	9	3	0	0766	0	0872	0	0908	0	0941	0	0981
1	1	94	0	121	0	129	0	136	0	145	5	4	0	076	0	088	0	092	0	095	0	099	9	4	0	0703	0	0788	0	0816	0	0841	0	0872
1	1	76	0	99	0	105	0	111	0	117	5	5	0	069	0	079	0	082	0	085	0	088	9	5	0	0653	0	0725	0	0748	0	0794	0	0769
1	1	62	0	82	0	88	0	92	0	98	5	6	0	063	0	072	0	075	0	077	0	080	9	6	0	0611	0	0675	0	0694	0	0712	0	0733
1	1	41	0	58	0	63	0	67	0	71	5	8	0	054	0	061	0	063	0	065	0	067	9	8	0	0541	0	0594	0	0610	0	0624	0	0640
1	1	27	0	41	0	45	0	49	0	52	5	10	0	046	0	052	0	054	0	056	0	058	9	10	0	0481	0	0530	0	0556	0	0570		
2	1	171	0	243	0	270	0	296	0	328	6	1	0	114	0	148	0	160	0	172	0	187	10	1	0	0976	0	1216	0	1303	0	1386	0	1492
2	2	127	0	163	0	175	0	187	0	202	6	2	0	094	0	112	0	119	0	125	0	133	10	2	0	0833	0	0971	0	1019	0	1063	0	1119
2	3	103	0	128	0	136	0	143	0	152	6	3	0	082	0	096	0	100	0	104	0	109	10	3	0	0752	0	0853	0	0886	0	0917	0	0955
2	4	87	0	106	0	112	0	117	0	124	6	4	0	074	0	085	0	088	0	091	0	095	10	4	0	0694	0	0774	0	0800	0	0824	0	0853
2	5	75	0	91	0	96	0	100	0	105	6	5	0	068	0	077	0	080	0	085	0	088	10	5	0	0647	0	0715	0	0736	0	0780		
2	6	66	0	79	0	83	0	87	0	91	6	6	0	063	0	071	0	073	0	075	0	078	10	6	0	0607	0	0667	0	0685	0	0722		
2	8	50	0	62	0	65	0	68	0	71	6	8	0	054	0	061	0	063	0	064	0	066	10	8	0	0540	0	0591	0	0606	0	0635		
2	10	38	0	49	0	52	0	54	0	57	6	10	0	047	0	053	0	054	0	056	0	058	10	10	0	0483	0	0530	0	0555	0	0568		
3	1	146	0	200	0	220	0	239	0	264	7	1	0	108	0	139	0	150	0	161	0	174	11	1	0	0951	0	1176	0	1258	0	1335	0	1435
3	2	113	0	141	0	151	0	160	0	172	7	2	0	090	0	107	0	113	0	119	0	126	11	2	0	0817	0	0947	0	0992	0	1034	0	1086
3	3	95	0	114	0	121	0	127	0	134	7	3	0	080	0	092	0	096	0	100	0	105	11	3	0	0740	0	0836	0	0868	0	0897	0	0933
3	4	82	0	98	0	102	0	107	0	112	7	4	0	073	0	082	0	086	0	089	0	092	11	4	0	0685	0	0762	0	0787	0	0809	0	0837
3	5	73	0	86	0	89	0	93	0	97	7	5	0	067	0	075	0	078	0	080	0	083	11	5	0	0641	0	0706	0	0726	0	0745	0	0768
3	6	65	0	76	0	80	0	82	0	86	7	6	0	062	0	069	0	072	0	073	0	076	11	6	0	0603	0	0660	0	0678	0	0694	0	0713
3	8	53	0	62	0	65	0	67	0	70	7	8	0	054	0	060	0	062	0	063	0	065	11	8	0	0540	0	0588	0	0602	0	0615	0	0630
3	10	43	0	51	0	54	0	56	0	58	7	10	0	047	0	053	0	054	0	056	0	057	11	10	0	0486	0	0530	0	0553	0	0566		
4	1	131	0	175	0	192	0	208	0	228	8	1	0	104	0	132	0	142	0	152	0	164	12	1	0	0930	0	1142	0	1219	0	1292	0	1386
4	2	104	0	128	0	136	0	144	0	154	8	2	0	087	0	103	0	109	0	114	0	120	12	2	0	0803	0	0927	0	0969	0	1009	0	1058
4	3	89	0	106	0	112	0	117	0	123	8	3	0	078	0	090	0	093	0	097	0	101	12	3	0	0730	0	0821	0	0851	0	0879	0	0914
4	4	79	0	92	0	96	0	100	0	105	8	4	0	071	0	081	0	083	0	086	0	089	12	4	0	0678	0	0751	0	0775	0	0796	0	0823
4	5	71	0	82	0	85	0	88	0	92	8	5	0	066	0	074	0	076	0	078	0	081	12	5	0	0636	0	0698	0	0717	0	0735	0	0757
4	6	64	0	74	0	77	0	79	0	82	8	6	0	062	0	068	0	070	0	072	0	075	12	6	0	0600	0	0655	0	0671	0	0705		
4	8	54	0	62	0	64	0	66	0	68	8	8	0	054	0	060	0	061	0	063	0	065	12	8	0	0539	0	0586	0	0599	0	0611		
4	10	45	0	52	0	54	0	56	0	58	8	10	0	048	0	053	0	054	0	056	0	057	12	10	0	0487	0	0530	0	0552	0	0564		

TABLE I. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n Table for $k = 20$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.089	0.109	0.115	0.122	0.131	30	1	0.076	0.088	0.092	0.096	0.101	70	1	0.0664	0.0735	0.0759	0.0783	0.0812
14	2	0.078	0.089	0.093	0.097	0.101	30	2	0.069	0.076	0.078	0.081	0.084	70	2	0.0621	0.0666	0.0680	0.0694	0.0711
14	3	0.071	0.080	0.082	0.085	0.088	30	3	0.065	0.070	0.072	0.073	0.076	70	3	0.0595	0.0630	0.0641	0.0651	0.0664
14	4	0.067	0.073	0.076	0.077	0.080	30	4	0.062	0.066	0.067	0.067	0.069	70	4	0.0576	0.0605	0.0614	0.0622	0.0632
14	5	0.063	0.068	0.070	0.072	0.074	30	5	0.059	0.063	0.064	0.065	0.067	70	5	0.0560	0.0585	0.0593	0.0600	0.0609
14	6	0.059	0.064	0.066	0.067	0.069	30	6	0.057	0.060	0.061	0.062	0.063	70	6	0.0546	0.0569	0.0576	0.0582	0.0589
14	8	0.054	0.058	0.059	0.060	0.062	30	8	0.053	0.056	0.057	0.058	0.059	70	8	0.0522	0.0541	0.0547	0.0552	0.0558
14	10	0.049	0.053	0.054	0.055	0.056	30	10	0.050	0.052	0.053	0.054	0.055	70	10	0.0501	0.0519	0.0524	0.0528	0.0533
16	1	0.087	0.104	0.110	0.117	0.124	40	1	0.072	0.082	0.086	0.089	0.093	80	1	0.0653	0.0718	0.0741	0.0762	0.0789
16	2	0.076	0.086	0.090	0.093	0.098	40	2	0.066	0.072	0.074	0.076	0.079	80	2	0.0613	0.0654	0.0668	0.0681	0.0697
16	3	0.070	0.078	0.080	0.083	0.086	40	3	0.063	0.067	0.069	0.070	0.072	80	3	0.0589	0.0621	0.0631	0.0641	0.0653
16	4	0.066	0.072	0.074	0.076	0.078	40	4	0.060	0.064	0.065	0.066	0.068	80	4	0.0571	0.0598	0.0606	0.0614	0.0624
16	5	0.062	0.067	0.069	0.071	0.072	40	5	0.058	0.061	0.062	0.063	0.064	80	5	0.0556	0.0580	0.0587	0.0594	0.0602
16	6	0.059	0.064	0.065	0.066	0.068	40	6	0.056	0.059	0.060	0.061	0.062	80	6	0.0543	0.0564	0.0571	0.0577	0.0584
16	8	0.054	0.058	0.059	0.060	0.061	40	8	0.053	0.055	0.056	0.057	0.058	80	8	0.0521	0.0539	0.0544	0.0549	0.0555
16	10	0.049	0.053	0.054	0.055	0.056	40	10	0.050	0.052	0.053	0.054	0.054	80	10	0.0501	0.0518	0.0522	0.0527	0.0531
18	1	0.084	0.101	0.106	0.112	0.119	50	1	0.070	0.078	0.081	0.084	0.088	90	1	0.0644	0.0705	0.0726	0.0746	0.0771
18	2	0.075	0.084	0.087	0.091	0.095	50	2	0.064	0.070	0.072	0.073	0.075	90	2	0.0606	0.0645	0.0658	0.0670	0.0685
18	3	0.069	0.076	0.078	0.081	0.083	50	3	0.061	0.065	0.067	0.068	0.070	90	3	0.0584	0.0614	0.0624	0.0633	0.0644
18	4	0.065	0.071	0.072	0.074	0.076	50	4	0.059	0.062	0.063	0.064	0.066	90	4	0.0567	0.0592	0.0600	0.0608	0.0617
18	5	0.061	0.066	0.068	0.069	0.071	50	5	0.057	0.060	0.061	0.062	0.063	90	5	0.0553	0.0575	0.0582	0.0588	0.0596
18	6	0.058	0.063	0.064	0.066	0.067	50	6	0.055	0.058	0.059	0.060	0.060	90	6	0.0541	0.0561	0.0567	0.0572	0.0579
18	8	0.054	0.057	0.058	0.060	0.061	50	8	0.052	0.055	0.056	0.056	0.057	90	8	0.0520	0.0537	0.0542	0.0547	0.0552
18	10	0.049	0.053	0.054	0.055	0.056	50	10	0.050	0.052	0.053	0.053	0.054	90	10	0.0501	0.0517	0.0521	0.0525	0.0530
20	1	0.082	0.098	0.103	0.108	0.115	60	1	0.068	0.076	0.078	0.081	0.084	100	1	0.0636	0.0693	0.0713	0.0732	0.0755
20	2	0.073	0.082	0.085	0.088	0.092	60	2	0.063	0.070	0.071	0.073	0.075	100	2	0.0601	0.0637	0.0649	0.0661	0.0675
20	3	0.068	0.075	0.077	0.079	0.082	60	3	0.060	0.064	0.065	0.066	0.068	100	3	0.0579	0.0608	0.0617	0.0626	0.0636
20	4	0.064	0.070	0.071	0.073	0.075	60	4	0.058	0.061	0.062	0.063	0.064	100	4	0.0564	0.0587	0.0595	0.0602	0.0610
20	5	0.061	0.066	0.067	0.068	0.070	60	5	0.056	0.059	0.060	0.061	0.062	100	5	0.0550	0.0571	0.0578	0.0584	0.0591
20	6	0.058	0.062	0.064	0.065	0.066	60	6	0.055	0.057	0.058	0.059	0.060	100	6	0.0539	0.0558	0.0564	0.0569	0.0575
20	8	0.054	0.057	0.058	0.059	0.060	60	8	0.052	0.054	0.055	0.056	0.056	100	8	0.0519	0.0535	0.0540	0.0544	0.0549
20	10	0.049	0.053	0.054	0.054	0.056	60	10	0.050	0.052	0.052	0.053	0.054	100	10	0.0501	0.0516	0.0520	0.0524	0.0528

TABLE I PERCENTAGE POINTS FOR Z_m WITH n SAMPLE VARIANCES, EACH WITH DEGREES OF FREEDOM n , TABLE FOR $k = 2^b$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.199	0.297	0.333	0.367	0.411	5	1	0.101	0.132	0.144	0.155	0.169
1	2	0.139	0.185	0.201	0.216	0.234	5	2	0.083	0.100	0.106	0.112	0.119
1	3	0.108	0.138	0.148	0.157	0.169	5	3	0.073	0.085	0.090	0.093	0.098
1	4	0.088	0.111	0.118	0.125	0.133	5	4	0.066	0.076	0.079	0.082	0.086
1	5	0.073	0.092	0.098	0.103	0.109	5	5	0.060	0.069	0.071	0.074	0.077
1	6	0.062	0.078	0.083	0.087	0.092	5	6	0.056	0.063	0.065	0.067	0.070
1	8	0.045	0.058	0.062	0.065	0.069	5	8	0.049	0.054	0.056	0.058	0.060
1	10	0.032	0.044	0.047	0.050	0.053	5	10	0.043	0.048	0.049	0.051	0.052
2	1	0.145	0.205	0.228	0.249	0.277	6	1	0.095	0.122	0.142	0.155	0.169
2	2	0.110	0.141	0.151	0.161	0.174	6	2	0.079	0.095	0.100	0.105	0.111
2	3	0.091	0.112	0.119	0.126	0.134	6	3	0.070	0.081	0.085	0.089	0.093
2	4	0.078	0.095	0.100	0.104	0.110	6	4	0.064	0.073	0.076	0.078	0.082
2	5	0.069	0.082	0.086	0.090	0.094	6	5	0.059	0.066	0.069	0.071	0.074
2	6	0.061	0.072	0.076	0.079	0.083	6	6	0.055	0.061	0.063	0.065	0.067
2	8	0.049	0.058	0.061	0.063	0.066	6	8	0.048	0.054	0.055	0.057	0.058
2	10	0.040	0.048	0.050	0.052	0.054	6	10	0.043	0.048	0.049	0.050	0.052
3	1	0.123	0.168	0.184	0.201	0.221	7	1	0.090	0.115	0.124	0.133	0.144
3	2	0.096	0.120	0.129	0.137	0.146	7	2	0.076	0.090	0.095	0.099	0.105
3	3	0.082	0.099	0.105	0.110	0.116	7	3	0.068	0.078	0.081	0.085	0.089
3	4	0.073	0.086	0.090	0.094	0.098	7	4	0.062	0.070	0.073	0.076	0.078
3	5	0.065	0.076	0.079	0.082	0.086	7	5	0.058	0.065	0.067	0.069	0.071
3	6	0.059	0.068	0.071	0.074	0.077	7	6	0.054	0.060	0.062	0.064	0.066
3	8	0.049	0.057	0.059	0.061	0.063	7	8	0.048	0.053	0.054	0.056	0.057
3	10	0.041	0.048	0.050	0.052	0.054	7	10	0.043	0.047	0.049	0.050	0.051
4	1	0.110	0.146	0.160	0.173	0.190	8	1	0.086	0.109	0.117	0.125	0.135
4	2	0.088	0.108	0.115	0.122	0.130	8	2	0.073	0.086	0.091	0.095	0.100
4	3	0.077	0.091	0.096	0.100	0.106	8	3	0.066	0.076	0.079	0.082	0.085
4	4	0.069	0.080	0.083	0.087	0.091	8	4	0.061	0.068	0.071	0.073	0.076
4	5	0.063	0.072	0.075	0.077	0.081	8	5	0.057	0.063	0.065	0.067	0.069
4	6	0.057	0.065	0.068	0.070	0.073	8	6	0.053	0.059	0.061	0.062	0.064
4	8	0.049	0.056	0.058	0.059	0.061	8	8	0.048	0.052	0.054	0.055	0.056
4	10	0.042	0.048	0.050	0.051	0.053	8	10	0.043	0.047	0.048	0.049	0.051
5	1	0.101	0.132	0.144	0.155	0.169	9	1	0.084	0.104	0.111	0.118	0.124
5	2	0.083	0.100	0.106	0.112	0.119	9	2	0.071	0.083	0.087	0.093	0.094
5	3	0.073	0.085	0.090	0.093	0.098	9	3	0.064	0.074	0.076	0.079	0.082
5	4	0.066	0.076	0.079	0.082	0.086	9	4	0.059	0.068	0.071	0.074	0.078
5	5	0.060	0.069	0.071	0.074	0.077	9	5	0.055	0.063	0.068	0.071	0.077
5	6	0.056	0.063	0.065	0.067	0.070	9	6	0.052	0.057	0.059	0.061	0.069
5	8	0.049	0.054	0.056	0.058	0.060	9	8	0.047	0.051	0.053	0.056	0.058
5	10	0.042	0.048	0.050	0.051	0.053	9	10	0.043	0.046	0.048	0.049	0.051

TABLE I. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances. each with degrees of freedom $= n$ Table for $k \leq 25$

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m . $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 30$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.176	0.261	0.292	0.323	0.361	5	1	0.087	0.114	0.123	0.133	0.145
1	2	0.125	0.166	0.180	0.194	0.211	5	2	0.072	0.087	0.092	0.097	0.103
1	3	0.100	0.126	0.135	0.144	0.154	5	3	0.064	0.075	0.078	0.082	0.086
1	4	0.082	0.103	0.109	0.115	0.123	5	4	0.058	0.067	0.070	0.072	0.075
1	5	0.070	0.086	0.092	0.096	0.102	5	5	0.054	0.061	0.063	0.065	0.068
1	6	0.060	0.074	0.079	0.082	0.087	5	6	0.050	0.056	0.058	0.060	0.062
1	8	0.045	0.057	0.060	0.063	0.067	5	8	0.044	0.049	0.051	0.054	0.058
1	10	0.034	0.045	0.047	0.050	0.053	5	10	0.039	0.044	0.045	0.046	0.047
2	1	0.127	0.178	0.198	0.216	0.240	6	1	0.082	0.105	0.113	0.122	0.132
2	2	0.097	0.124	0.133	0.142	0.154	6	2	0.068	0.082	0.086	0.091	0.096
2	3	0.082	0.100	0.106	0.112	0.119	6	3	0.061	0.071	0.074	0.077	0.081
2	4	0.071	0.085	0.090	0.094	0.099	6	4	0.056	0.064	0.066	0.069	0.072
2	5	0.063	0.075	0.078	0.082	0.086	6	5	0.052	0.059	0.061	0.063	0.065
2	6	0.057	0.067	0.070	0.072	0.076	6	6	0.049	0.054	0.056	0.058	0.060
2	8	0.047	0.055	0.057	0.059	0.062	6	8	0.044	0.048	0.049	0.051	0.052
2	10	0.039	0.046	0.048	0.049	0.052	6	10	0.039	0.043	0.044	0.045	0.047
3	1	0.107	0.145	0.159	0.173	0.191	7	1	0.077	0.098	0.106	0.113	0.123
3	2	0.085	0.105	0.113	0.119	0.128	7	2	0.066	0.078	0.082	0.086	0.091
3	3	0.073	0.088	0.092	0.097	0.103	7	3	0.059	0.068	0.071	0.074	0.077
3	4	0.065	0.076	0.080	0.083	0.088	7	4	0.054	0.062	0.064	0.066	0.069
3	5	0.059	0.068	0.071	0.074	0.077	7	5	0.051	0.057	0.059	0.060	0.063
3	6	0.054	0.062	0.064	0.067	0.069	7	6	0.048	0.053	0.055	0.056	0.058
3	8	0.046	0.052	0.054	0.056	0.058	7	8	0.043	0.047	0.049	0.050	0.051
3	10	0.040	0.045	0.047	0.048	0.050	7	10	0.039	0.043	0.044	0.045	0.046
4	1	0.095	0.126	0.137	0.149	0.163	8	1	0.074	0.093	0.100	0.107	0.115
4	2	0.077	0.095	0.100	0.106	0.113	8	2	0.063	0.074	0.078	0.082	0.086
4	3	0.068	0.080	0.084	0.088	0.093	8	3	0.057	0.066	0.068	0.071	0.074
4	4	0.061	0.071	0.074	0.077	0.080	8	4	0.053	0.060	0.062	0.064	0.066
4	5	0.056	0.064	0.067	0.069	0.072	8	5	0.050	0.055	0.057	0.059	0.061
4	6	0.052	0.059	0.061	0.063	0.065	8	6	0.047	0.052	0.053	0.055	0.056
4	8	0.045	0.051	0.052	0.054	0.056	8	8	0.043	0.046	0.048	0.049	0.050
4	10	0.040	0.044	0.046	0.047	0.049	8	10	0.039	0.042	0.043	0.044	0.045
							12	10	0.0382	0.0410	0.0418	0.0425	0.0434

TABLE 1 PERCENTAGE POINTS FOR Z_n $n =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n Table for $k = 30$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.063	0.076	0.081	0.085	0.091	30	1	0.053	0.060	0.063	0.066	0.069
14	2	0.056	0.063	0.066	0.068	0.072	30	2	0.048	0.053	0.055	0.056	0.058
14	3	0.051	0.057	0.059	0.061	0.063	30	3	0.045	0.049	0.050	0.052	0.053
14	4	0.048	0.053	0.055	0.056	0.058	30	4	0.044	0.047	0.048	0.049	0.050
14	5	0.046	0.050	0.051	0.052	0.054	30	5	0.042	0.045	0.046	0.046	0.047
14	6	0.044	0.047	0.049	0.050	0.051	30	6	0.041	0.043	0.044	0.045	0.045
14	8	0.041	0.044	0.045	0.046	0.046	30	8	0.039	0.041	0.041	0.042	0.042
14	10	0.038	0.041	0.041	0.042	0.043	30	10	0.037	0.038	0.039	0.040	0.040
16	1	0.061	0.073	0.077	0.081	0.086	40	1	0.050	0.056	0.059	0.061	0.064
16	2	0.054	0.061	0.064	0.066	0.069	40	2	0.046	0.050	0.052	0.053	0.054
16	3	0.050	0.056	0.057	0.059	0.061	40	3	0.044	0.047	0.048	0.049	0.050
16	4	0.047	0.052	0.053	0.054	0.056	40	4	0.042	0.045	0.046	0.047	0.047
16	5	0.045	0.049	0.050	0.051	0.053	40	5	0.041	0.043	0.044	0.045	0.045
16	6	0.043	0.047	0.048	0.049	0.050	40	6	0.040	0.042	0.043	0.043	0.044
16	8	0.040	0.043	0.044	0.045	0.045	40	8	0.038	0.040	0.040	0.041	0.041
16	10	0.038	0.040	0.040	0.041	0.041	40	10	0.036	0.038	0.038	0.039	0.039
18	1	0.059	0.070	0.074	0.078	0.082	50	1	0.048	0.054	0.056	0.058	0.060
18	2	0.053	0.059	0.062	0.064	0.066	50	2	0.045	0.051	0.048	0.049	0.052
18	3	0.049	0.054	0.056	0.057	0.059	50	3	0.043	0.045	0.046	0.047	0.048
18	4	0.047	0.051	0.052	0.053	0.055	50	4	0.041	0.044	0.044	0.045	0.046
18	5	0.045	0.048	0.049	0.050	0.052	50	5	0.040	0.042	0.043	0.043	0.044
18	6	0.043	0.046	0.046	0.047	0.048	50	6	0.039	0.041	0.041	0.042	0.043
18	8	0.040	0.043	0.043	0.044	0.045	50	8	0.038	0.039	0.040	0.040	0.040
18	10	0.038	0.040	0.040	0.041	0.041	50	10	0.036	0.038	0.038	0.039	0.039
20	1	0.058	0.068	0.071	0.075	0.079	60	1	0.047	0.052	0.053	0.055	0.057
20	2	0.052	0.058	0.060	0.062	0.064	60	2	0.043	0.047	0.048	0.049	0.050
20	3	0.048	0.053	0.055	0.056	0.058	60	3	0.042	0.044	0.045	0.046	0.047
20	4	0.046	0.050	0.051	0.052	0.054	60	4	0.041	0.043	0.043	0.044	0.045
20	5	0.044	0.047	0.048	0.049	0.051	60	5	0.040	0.041	0.042	0.043	0.043
20	6	0.042	0.045	0.046	0.047	0.048	60	6	0.039	0.040	0.041	0.041	0.042
20	8	0.040	0.042	0.043	0.043	0.044	60	8	0.037	0.038	0.039	0.040	0.040
20	10	0.037	0.040	0.040	0.041	0.041	60	10	0.036	0.037	0.038	0.038	0.038

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 60$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.107	0.155	0.174	0.191	0.214	5	1	0.049	0.063	0.068	0.073	0.079
1	2	0.081	0.106	0.115	0.123	0.134	5	2	0.042	0.050	0.053	0.055	0.059
1	3	0.068	0.085	0.091	0.096	0.103	5	3	0.038	0.044	0.046	0.048	0.050
1	4	0.059	0.072	0.076	0.080	0.085	5	4	0.035	0.040	0.042	0.043	0.045
1	5	0.053	0.063	0.067	0.070	0.073	5	5	0.033	0.037	0.038	0.040	0.041
1	6	0.047	0.056	0.059	0.062	0.065	5	6	0.031	0.035	0.036	0.037	0.038
1	8	0.039	0.046	0.048	0.050	0.053	5	8	0.029	0.032	0.032	0.033	0.034
1	10	0.033	0.039	0.041	0.042	0.044	5	10	0.027	0.029	0.030	0.030	0.031
2	1	0.075	0.103	0.113	0.123	0.137	6	1	0.046	0.058	0.062	0.066	0.072
2	2	0.060	0.075	0.081	0.086	0.092	6	2	0.039	0.046	0.049	0.051	0.054
2	3	0.052	0.063	0.067	0.070	0.075	6	3	0.036	0.041	0.043	0.045	0.047
2	4	0.047	0.055	0.058	0.061	0.064	6	4	0.034	0.038	0.039	0.041	0.042
2	5	0.043	0.050	0.052	0.054	0.057	6	5	0.032	0.035	0.036	0.038	0.039
2	6	0.040	0.046	0.048	0.049	0.052	6	6	0.030	0.033	0.034	0.035	0.036
2	8	0.035	0.039	0.041	0.042	0.044	6	8	0.028	0.030	0.031	0.032	0.033
2	10	0.031	0.035	0.036	0.037	0.038	6	10	0.026	0.028	0.029	0.029	0.030
3	1	0.061	0.082	0.089	0.097	0.106	7	1	0.043	0.054	0.058	0.062	0.067
3	2	0.051	0.062	0.066	0.070	0.075	7	2	0.037	0.044	0.046	0.048	0.051
3	3	0.045	0.053	0.056	0.059	0.062	7	3	0.034	0.039	0.041	0.042	0.044
3	4	0.041	0.048	0.050	0.052	0.054	7	4	0.032	0.036	0.037	0.038	0.040
3	5	0.038	0.044	0.045	0.047	0.049	7	5	0.030	0.034	0.035	0.036	0.037
3	6	0.036	0.040	0.042	0.043	0.045	7	6	0.029	0.032	0.033	0.034	0.035
3	8	0.032	0.036	0.037	0.038	0.039	7	8	0.027	0.029	0.030	0.031	0.031
3	10	0.029	0.032	0.033	0.034	0.035	7	10	0.025	0.027	0.028	0.028	0.029
4	1	0.054	0.070	0.076	0.082	0.090	8	1	0.041	0.051	0.054	0.058	0.062
4	2	0.045	0.055	0.058	0.061	0.065	8	2	0.036	0.042	0.044	0.046	0.048
4	3	0.041	0.048	0.050	0.052	0.055	8	3	0.033	0.037	0.039	0.040	0.042
4	4	0.038	0.043	0.045	0.047	0.049	8	4	0.031	0.035	0.036	0.037	0.038
4	5	0.035	0.040	0.041	0.043	0.044	8	5	0.030	0.033	0.034	0.036	0.037
4	6	0.033	0.037	0.038	0.040	0.041	8	6	0.028	0.031	0.032	0.033	0.034
4	8	0.030	0.033	0.034	0.035	0.036	8	8	0.026	0.028	0.029	0.030	0.030
4	10	0.027	0.030	0.031	0.032	0.033	8	10	0.025	0.027	0.028	0.028	0.028

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m . $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 60$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.034	0.041	0.043	0.045	0.048	30	1	0.028	0.032	0.033	0.034	0.036	70	1	0.0237	0.0260	0.0268	0.0275	0.0285
14	2	0.031	0.035	0.036	0.037	0.039	30	2	0.026	0.028	0.029	0.030	0.031	70	2	0.0225	0.0239	0.0244	0.0249	0.0254
14	3	0.029	0.032	0.033	0.034	0.035	30	3	0.025	0.027	0.027	0.028	0.028	70	3	0.0217	0.0229	0.0233	0.0236	0.0241
14	4	0.027	0.030	0.031	0.031	0.032	30	4	0.024	0.025	0.026	0.026	0.026	70	4	0.0212	0.0222	0.0225	0.0228	0.0232
14	5	0.026	0.028	0.029	0.029	0.030	30	5	0.023	0.025	0.025	0.025	0.025	70	5	0.0208	0.0217	0.0220	0.0222	0.0225
14	6	0.025	0.027	0.028	0.028	0.029	30	6	0.023	0.024	0.024	0.025	0.025	70	6	0.0205	0.0213	0.0215	0.0217	0.0220
14	8	0.024	0.025	0.026	0.026	0.027	30	8	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024	70	8	0.0199	0.0206	0.0208	0.0210	0.0212
14	10	0.023	0.024	0.025	0.025	0.025	30	10	0.021	0.022	0.022	0.022	0.023	70	10	0.0194	0.0200	0.0202	0.0204	0.0206
16	1	0.033	0.039	0.041	0.043	0.046	40	1	0.026	0.030	0.031	0.032	0.033	80	1	0.0232	0.0253	0.0261	0.0267	0.0276
16	2	0.030	0.033	0.035	0.036	0.037	40	2	0.025	0.027	0.027	0.028	0.029	80	2	0.0221	0.0234	0.0239	0.0243	0.0248
16	3	0.028	0.031	0.032	0.032	0.034	40	3	0.023	0.025	0.026	0.026	0.027	80	3	0.0214	0.0225	0.0228	0.0231	0.0235
16	4	0.027	0.029	0.030	0.030	0.031	40	4	0.023	0.024	0.025	0.025	0.025	80	4	0.0209	0.0218	0.0221	0.0224	0.0227
16	5	0.026	0.028	0.028	0.029	0.030	40	5	0.022	0.023	0.024	0.024	0.025	80	5	0.0205	0.0213	0.0216	0.0218	0.0221
16	6	0.025	0.027	0.027	0.028	0.028	40	6	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024	80	6	0.0202	0.0209	0.0212	0.0214	0.0216
16	8	0.023	0.025	0.025	0.026	0.026	40	8	0.021	0.022	0.022	0.022	0.023	80	8	0.0197	0.0203	0.0205	0.0207	0.0209
16	10	0.022	0.024	0.024	0.024	0.025	40	10	0.020	0.021	0.021	0.022	0.022	80	10	0.0193	0.0198	0.0200	0.0201	0.0203
18	1	0.032	0.037	0.039	0.041	0.043	50	1	0.025	0.028	0.029	0.030	0.031	90	1	0.0228	0.0248	0.0254	0.0261	0.0269
18	2	0.029	0.032	0.033	0.034	0.036	50	2	0.024	0.025	0.026	0.027	0.027	90	2	0.0217	0.0230	0.0234	0.0238	0.0243
18	3	0.027	0.030	0.031	0.031	0.032	50	3	0.023	0.024	0.025	0.025	0.025	90	3	0.0211	0.0221	0.0224	0.0227	0.0231
18	4	0.026	0.028	0.029	0.030	0.030	50	4	0.022	0.023	0.024	0.024	0.024	90	4	0.0207	0.0215	0.0218	0.0220	0.0223
18	5	0.025	0.027	0.028	0.028	0.029	50	5	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024	90	5	0.0203	0.0211	0.0213	0.0215	0.0218
18	6	0.024	0.026	0.026	0.027	0.027	50	6	0.021	0.022	0.022	0.022	0.023	90	6	0.0200	0.0207	0.0209	0.0211	0.0213
18	8	0.023	0.025	0.025	0.025	0.026	50	8	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	90	8	0.0195	0.0201	0.0203	0.0204	0.0206
18	10	0.022	0.023	0.024	0.024	0.024	50	10	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	90	10	0.0191	0.0196	0.0198	0.0199	0.0201
20	1	0.031	0.036	0.038	0.040	0.042	60	1	0.024	0.027	0.028	0.029	0.030	100	1	0.0225	0.0243	0.0249	0.0256	0.0263
20	2	0.028	0.031	0.032	0.033	0.035	60	2	0.023	0.025	0.026	0.026	0.026	100	2	0.0215	0.0227	0.0230	0.0234	0.0239
20	3	0.027	0.029	0.030	0.031	0.032	60	3	0.022	0.023	0.024	0.024	0.025	100	3	0.0209	0.0218	0.0221	0.0224	0.0228
20	4	0.025	0.027	0.028	0.028	0.029	60	4	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024	100	4	0.0205	0.0213	0.0215	0.0217	0.0220
20	5	0.025	0.026	0.027	0.027	0.027	60	5	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	100	5	0.0201	0.0208	0.0211	0.0213	0.0215
20	6	0.024	0.025	0.026	0.026	0.026	60	6	0.021	0.021	0.022	0.022	0.022	100	6	0.0198	0.0205	0.0207	0.0209	0.0211
20	8	0.023	0.024	0.025	0.025	0.025	60	8	0.020	0.021	0.021	0.021	0.022	100	8	0.0194	0.0199	0.0201	0.0202	0.0204
20	10	0.022	0.023	0.023	0.024	0.024	60	10	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	100	10	0.0190	0.0195	0.0196	0.0198	0.0199

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m . $k =$ number of sample variances, each with degrees of freedom = 1. Table for $k = 120$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
1	1	0.064	0.090	0.100	0.109	0.122	5	1	0.027	0.034	0.040	0.043	0.043
1	2	0.051	0.065	0.070	0.075	0.081	5	2	0.024	0.028	0.029	0.031	0.033
1	3	0.044	0.054	0.057	0.060	0.064	5	3	0.022	0.026	0.027	0.028	0.028
1	4	0.039	0.047	0.050	0.052	0.055	5	4	0.021	0.023	0.024	0.025	0.025
1	5	0.036	0.042	0.044	0.046	0.049	5	5	0.019	0.022	0.023	0.023	0.024
1	6	0.033	0.038	0.040	0.042	0.044	5	6	0.019	0.021	0.021	0.022	0.023
1	8	0.029	0.033	0.034	0.036	0.037	5	8	0.017	0.019	0.019	0.020	0.021
1	10	0.026	0.029	0.030	0.031	0.032	5	10	0.016	0.018	0.018	0.019	0.019
2	1	0.043	0.058	0.063	0.069	0.076	6	1	0.025	0.031	0.034	0.036	0.039
2	2	0.036	0.044	0.047	0.050	0.053	6	2	0.022	0.026	0.027	0.028	0.030
2	3	0.032	0.038	0.040	0.042	0.044	6	3	0.021	0.023	0.024	0.025	0.026
2	4	0.029	0.034	0.036	0.037	0.039	6	4	0.019	0.022	0.022	0.023	0.024
2	5	0.027	0.031	0.033	0.034	0.035	6	5	0.018	0.020	0.021	0.022	0.022
2	6	0.025	0.029	0.030	0.031	0.032	6	6	0.018	0.019	0.020	0.021	0.022
2	8	0.023	0.026	0.027	0.027	0.028	6	8	0.017	0.018	0.018	0.019	0.019
2	10	0.021	0.023	0.024	0.024	0.025	6	10	0.016	0.017	0.017	0.018	0.018
3	1	0.035	0.045	0.049	0.053	0.058	7	1	0.024	0.029	0.031	0.033	0.036
3	2	0.030	0.036	0.038	0.040	0.042	7	2	0.021	0.024	0.025	0.026	0.028
3	3	0.027	0.031	0.033	0.034	0.036	7	3	0.019	0.022	0.023	0.023	0.025
3	4	0.025	0.028	0.030	0.031	0.032	7	4	0.018	0.021	0.021	0.022	0.023
3	5	0.023	0.026	0.027	0.027	0.028	7	5	0.018	0.019	0.020	0.021	0.021
3	6	0.022	0.025	0.026	0.027	0.027	7	6	0.017	0.019	0.019	0.020	0.021
3	8	0.020	0.022	0.023	0.024	0.025	7	8	0.016	0.017	0.018	0.018	0.018
3	10	0.019	0.021	0.021	0.022	0.022	7	10	0.015	0.016	0.016	0.017	0.017
4	1	0.030	0.039	0.042	0.045	0.049	8	1	0.023	0.027	0.029	0.031	0.033
4	2	0.026	0.031	0.033	0.034	0.036	8	2	0.020	0.023	0.024	0.025	0.026
4	3	0.024	0.027	0.029	0.030	0.031	8	3	0.019	0.021	0.022	0.023	0.023
4	4	0.022	0.025	0.026	0.027	0.028	8	4	0.018	0.019	0.020	0.021	0.021
4	5	0.021	0.024	0.025	0.025	0.026	8	5	0.017	0.019	0.019	0.020	0.020
4	6	0.020	0.022	0.023	0.024	0.025	8	6	0.016	0.018	0.018	0.019	0.019
4	8	0.019	0.020	0.021	0.021	0.022	8	8	0.015	0.017	0.017	0.018	0.018
4	10	0.017	0.019	0.019	0.019	0.020	8	10	0.015	0.016	0.016	0.017	0.017
12	10	0.0134	0.0143	0.0143	0.0143	0.0143	12	10	0.0134	0.0143	0.0143	0.0147	0.0150

TABLE 1. PERCENTAGE POINTS FOR Z_m $k = n$ number of sample variances, each with degrees of freedom = n . Table for $k = 120$

n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%	n	m	50%	90%	95%	97.5%	99%
14	1	0.018	0.022	0.023	0.024	0.025	30	1	0.015	0.017	0.017	0.018	0.019	70	1	0.0123	0.0134	0.0138	0.0142	0.0146
14	2	0.017	0.019	0.019	0.020	0.021	30	2	0.014	0.015	0.015	0.016	0.016	70	2	0.0117	0.0124	0.0127	0.0129	0.0132
14	3	0.016	0.017	0.018	0.018	0.019	30	3	0.013	0.013	0.014	0.014	0.015	70	3	0.0114	0.0120	0.0121	0.0123	0.0125
14	4	0.015	0.016	0.016	0.017	0.017	30	4	0.013	0.013	0.014	0.014	0.014	70	4	0.0112	0.0116	0.0118	0.0119	0.0121
14	5	0.015	0.016	0.016	0.016	0.016	30	5	0.012	0.013	0.013	0.014	0.014	70	5	0.0110	0.0114	0.0115	0.0117	0.0118
14	6	0.014	0.015	0.016	0.016	0.016	30	6	0.012	0.013	0.013	0.013	0.014	70	6	0.0108	0.0112	0.0113	0.0114	0.0116
14	8	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015	30	8	0.012	0.012	0.012	0.013	0.013	70	8	0.0106	0.0109	0.0110	0.0111	0.0112
14	10	0.013	0.014	0.014	0.014	0.014	30	10	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	70	10	0.0104	0.0107	0.0108	0.0108	0.0109
16	1	0.018	0.021	0.022	0.023	0.024	40	1	0.014	0.015	0.016	0.016	0.017	80	1	0.0120	0.0130	0.0134	0.0137	0.0142
16	2	0.016	0.018	0.019	0.019	0.020	40	2	0.013	0.014	0.014	0.014	0.015	80	2	0.0115	0.0121	0.0124	0.0126	0.0128
16	3	0.015	0.017	0.017	0.018	0.018	40	3	0.012	0.013	0.014	0.014	0.014	80	3	0.0112	0.0117	0.0119	0.0120	0.0122
16	4	0.015	0.016	0.016	0.017	0.017	40	4	0.012	0.013	0.013	0.013	0.014	80	4	0.0110	0.0114	0.0116	0.0117	0.0118
16	5	0.014	0.015	0.016	0.016	0.016	40	5	0.012	0.012	0.013	0.013	0.013	80	5	0.0108	0.0112	0.0113	0.0114	0.0116
16	6	0.014	0.015	0.015	0.015	0.016	40	6	0.012	0.012	0.012	0.012	0.013	80	6	0.0107	0.0110	0.0111	0.0112	0.0114
16	8	0.013	0.014	0.014	0.014	0.015	40	8	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012	80	8	0.0104	0.0107	0.0108	0.0109	0.0110
16	10	0.013	0.013	0.013	0.014	0.014	40	10	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012	80	10	0.0102	0.0105	0.0106	0.0107	0.0108
18	1	0.017	0.020	0.021	0.022	0.023	50	1	0.013	0.014	0.015	0.015	0.016	90	1	0.0118	0.0127	0.0131	0.0134	0.0138
18	2	0.016	0.017	0.018	0.018	0.019	50	2	0.012	0.013	0.014	0.014	0.014	90	2	0.0113	0.0119	0.0121	0.0123	0.0125
18	3	0.015	0.016	0.016	0.017	0.017	50	3	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013	90	3	0.0110	0.0115	0.0117	0.0118	0.0120
18	4	0.014	0.015	0.016	0.016	0.016	50	4	0.012	0.012	0.012	0.013	0.013	90	4	0.0108	0.0112	0.0114	0.0115	0.0116
18	5	0.014	0.015	0.015	0.015	0.015	50	5	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	90	5	0.0106	0.0110	0.0111	0.0112	0.0114
18	6	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015	50	6	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012	90	6	0.0105	0.0109	0.0110	0.0111	0.0112
18	8	0.013	0.014	0.014	0.014	0.014	50	8	0.011	0.011	0.012	0.012	0.012	90	8	0.0103	0.0107	0.0108	0.0109	0.0110
18	10	0.012	0.013	0.013	0.014	0.014	50	10	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	90	10	0.0101	0.0104	0.0105	0.0105	0.0106
20	1	0.016	0.019	0.020	0.021	0.022	60	1	0.013	0.014	0.014	0.015	0.015	100	1	0.0116	0.0125	0.0128	0.0131	0.0135
20	2	0.015	0.017	0.017	0.017	0.018	60	2	0.012	0.013	0.013	0.014	0.014	100	2	0.0111	0.0117	0.0119	0.0121	0.0123
20	3	0.014	0.016	0.016	0.016	0.016	60	3	0.012	0.012	0.013	0.013	0.013	100	3	0.0109	0.0113	0.0115	0.0116	0.0118
20	4	0.014	0.015	0.015	0.016	0.016	60	4	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012	100	4	0.0107	0.0111	0.0112	0.0113	0.0114
20	5	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015	60	5	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012	100	5	0.0105	0.0109	0.0110	0.0111	0.0112
20	6	0.013	0.014	0.014	0.014	0.015	60	6	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012	100	6	0.0104	0.0107	0.0108	0.0109	0.0110
20	8	0.013	0.013	0.013	0.014	0.014	60	8	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	100	8	0.0102	0.0105	0.0106	0.0106	0.0107
20	10	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013	60	10	0.010	0.011	0.011	0.011	0.011	100	10	0.0100	0.0103	0.0103	0.0104	0.0105

UNCLASSIFIED

SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE (When Data Entered)

REPORT DOCUMENTATION PAGE		READ INSTRUCTIONS BEFORE COMPLETING FORM
1. REPORT NUMBER 419	2. GOVT ACCESSION NO.	3. RECIPIENT'S CATALOG NUMBER
4. TITLE (and Subtitle) An Extension Of Cochran's Test For Homogeneity Of Variances		5. TYPE OF REPORT & PERIOD COVERED TECHNICAL REPORT
		6. PERFORMING ORG. REPORT NUMBER
7. AUTHOR(s) H. Solomon and M. A. Stephens		8. CONTRACT OR GRANT NUMBER(s) N00014-89-J-1627
9. PERFORMING ORGANIZATION NAME AND ADDRESS Department of Statistics Stanford University Stanford, CA 94305		10. PROGRAM ELEMENT, PROJECT, TASK AREA & WORK UNIT NUMBERS NR-042-267
11. CONTROLLING OFFICE NAME AND ADDRESS Office of Naval Research Statistics & Probability Program Code 1111		12. REPORT DATE August 8, 1989
14. MONITORING AGENCY NAME & ADDRESS (if different from Controlling Office)		13. NUMBER OF PAGES 33
		15. SECURITY CLASS. (of this report) UNCLASSIFIED
		15a. DECLASSIFICATION/DOWNGRADING SCHEDULE
16. DISTRIBUTION STATEMENT (of this Report) APPROVED FOR PUBLIC RELEASE: DISTRIBUTION UNLIMITED		
17. DISTRIBUTION STATEMENT (of the abstract entered in Block 20, if different from Report)		
18. SUPPLEMENTARY NOTES		
19. KEY WORDS (Continue on reverse side if necessary and identify by block number) Control charts; process control; quality control; stability of variance.		
20. ABSTRACT (Continue on reverse side if necessary and identify by block number) Cochran's test for equality of k normal population variances consists of comparing the largest of the set of k sample variances, all based on the same number of degrees of freedom n , with the sum of the sample variances. More generally, it may sometimes be advantageous to compare the m -th largest sample variance with the total. The distribution theory of the resulting statistic Z_m is discussed, and a table is given of percentage points of Z_m , for a wide range of k , n , and m , with which to make the test. The test is illustrated with an example taken from Duncan (1986).		